



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

KOMPLEXNÍ ANALÝZA MODÁLNÍCH VLASTNOSTÍ ELEKTRICKÝCH STROJŮ TOČIVÝCH

COMPLEX ANALYSIS OF MODAL PROPERTIES OF ROTATING ELECTRICAL MACHINES

DOKTORSKÁ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. MARTIN DONÁT

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. DANIEL DUŠEK, Ph.D.

BRNO 2015

Abstrakt

Tato disertační práce se zabývá problematikou výpočtového modelování dynamické odezvy struktury točivého elektrického stroje na působení magnetických sil. Kromě dynamické odezvy ideálně symetrického stroje je v práci také zkoumán vliv nesymetrie vzduchové mezery na dynamickou odezvu stroje. Uvažován je základní typ nesymetrie vzduchové mezery způsobený excentrickým uložením rotorového svazku na hřídeli rotoru. V první části práce je proveden výpočet závislosti magnetických sil, na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery. K tomuto účelu je použit výpočtový model magnetického pole točivého elektrického stroje založený na řešení sdružené elektromagnetické úlohy metodou konečných prvků. Druhá část práce se zabývá analýzou vlivu magnetického tahu a tuhosti vybraných částí stroje na modální vlastnosti řešeného stroje. V třetí části práce je proveden výpočet dynamické odezvy stroje při ustáleném chodu a posouzen vliv vyosení rotorového svazku na dynamickou odezvu stroje. Provedené výpočty ukázaly, že tečné složky magnetických sil, které působí na statorový svazek, vybudí významné torzní vibrace statoru stroje. Kromě vibrací statoru stroje je v práci zkoumán vliv vyosení rotorového svazku na akustický výkon stroje, vibrace rotoru, zatížení ložisek a nesymetrii vzduchové mezery.

Klíčová slova

Dynamická odezva, magnetická síla, magnetický tah, rotor, stator, točivý elektrický stroj

Abstract

This dissertation thesis deals with the computational modelling of the dynamic response of the rotating electrical machine structure on the application of the magnetic forces. Apart from the dynamic response of the ideal symmetrical machine, the influence of the air gap eccentricity on the dynamics response is studied in this work. A basic type of the air gap eccentricity, which is caused by eccentric mounting of the rotor pack on the shaft of the rotor, is considered. The calculations the dependence of the magnetic forces on the time and a misalignment of the rotor pack are performed as first. The computational model of the magnetic field of the rotating electrical machine, which is based on solution of the electromagnetic coupled field analysis by finite element method, is used for this purpose. An analysis of the influence of the unbalanced magnetic pull and the stiffness of some parts of the machine on the modal properties of the machine is performed in the second part of this thesis. A third part of this thesis is focused on the calculation of the dynamic response of the machine during the steady state operation of the machine and the influence of the rotor pack misalignment on the dynamic response is studied. The obtained results showed that the tangential components of the magnetic forces, which act on the stator pack, excite significant torsional vibration of the stator. Besides the vibration of the stator of the machine, the influence of the rotor pack misalignment on the sound power of the machine, vibration of the rotor, loads of rotor bearings and air gap eccentricity is studied in this thesis.

Keywords

Dynamic response, magnetic force, unbalanced magnetic pull, rotor, stator, rotating electrical machine

Bibliografická citace

DONÁT, M. *Komplexní analýza modálních vlastností elektrických strojů točivých*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 100 s. Vedoucí dizertační práce Ing. Daniel Dušek, Ph.D..

Čestné prohlášení

Tímto prohlašuji, že disertační práci jsem vypracoval sám pod vedením školitele Ing. Daniela Duška, Ph.D. na základě uvedené odborné literatury.

dne

.....

Martin Donát

Poděkování

Těmito řádky bych rád vřele poděkoval svému školiteli Ing. Danielu Duškovi, Ph.D. za čas věnovaný při konzultacích, cenné rady a připomínky při zpracování této disertační práce.

Obsah

1. Úvod.....	8
2. Formulace problému a cílů práce	10
3. Rešeršní studie.....	12
3.1. Výpočet magnetických sil.....	12
3.1.1. Analytické výpočtové modely	12
3.1.2. Numerické výpočtové modely	13
3.2. Výpočtové modelování dynamického chování točivých elektrických strojů	14
3.2.1. Výpočtové modelování dynamického chování rotoru	14
3.2.2. Výpočtové modelování dynamického chování statoru	15
3.2.3. Shrnutí.....	16
4. Výpočet magnetických sil.....	17
4.1. Teoretický základ	17
4.2. Realizace výpočtového modelu.....	19
4.2.1. Model geometrie magnetického obvodu stroje	19
4.2.2. Model vlastností materiálu magnetického obvodu stroje	20
4.2.3. Diskretizace modelu geometrie.....	21
4.2.4. Výpočtový model elektrického obvodu stroje	23
4.2.5. Propojení výpočtových modelů magnetického a elektrického obvodu stroje	23
4.2.6. Řešení sdružené elektromagnetické úlohy.....	24
4.2.7. Výsledky	25
5. Analýza modálních vlastností točivého elektrického stroje	32
5.1. Teoretický základ	32
5.2. Modální analýza statoru stroje.....	34
5.2.1. Model geometrie statoru.....	34
5.2.2. Model vlastností materiálu	35
5.2.3. Diskretizace modelu geometrie.....	37
5.2.4. Model vazeb	37
5.2.5. Výpočet	37
5.2.6. Výsledky	38
5.3. Modální analýza rotoru stroje.....	41
5.3.1. Model geometrie rotoru.....	41
5.3.2. Model vlastností materiálu	42
5.3.3. Diskretizace modelu geometrie.....	46
5.3.4. Model vazeb	46
5.3.5. Výpočet	48
5.3.6. Výsledky	48
5.4. Modální analýza soustavy stator - rotor	49
5.4.1. Model geometrie generátoru.....	50
5.4.2. Model vlastností materiálu	50

5.4.3.	Diskretizace modelu geometrie.....	50
5.4.4.	Model vazeb	50
5.4.5.	Výpočet	52
5.4.6.	Výsledky	52
6.	Výpočet dynamické odezvy soustavy stator–rotor na působení magnetických sil	61
6.1.	Teoretický základ	61
6.2.	Výpočtový model	62
6.2.1.	Model zatížení soustavy magnetickými silami	62
6.2.2.	Výpočet	64
6.2.3.	Výsledky	66
7.	Závěr.....	81
8.	Seznam použité literatury	85
9.	Seznam použitých značek.....	92
10.	Vlastní publikace	95
11.	Přílohy	96
11.1.	Příloha 1 - Deformace statorového svazku v radiálním směru.....	96
11.1.1.	Vyosení rotorového svazku o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery	96
11.1.2.	Vyosení rotorového svazku o 20 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery	97
11.2.	Příloha 2 - Podíl vyosení rotorového svazku, průhybu rotoru a deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery	98
11.2.1.	Vyosení rotorového svazku o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery	98
11.2.2.	Vyosení rotorového svazku o 20 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery	99
	Curriculum vitae	100

1. Úvod

Točivé elektrické stroje patří mezi velmi významná technická zařízení dnešní doby. Používají se k přeměně elektrické energie na mechanickou anebo naopak mechanické energie na elektrickou. Jejich hlavními přednostmi jsou relativně jednoduchá konstrukce, vysoká spolehlivost a dobrá účinnost.

Princip činnosti točivých elektrických strojů vychází ze zákona elektromagnetické indukce, jehož přesná formulace je uvedena například v Hammer [31]. Nestacionární magnetické pole uvnitř stroje generuje síly, jež působí na strukturu stroje. Tyto síly mají charakter časově proměnného zatížení, které je tvořeno celou řadou harmonických složek. Amplitudu a frekvenci jednotlivých harmonických složek ovlivňuje především konstrukce vinutí stroje, mimo jiné: počet pólových dvojic statorového vinutí, způsob propojení cívek statorového vinutí, počet drážek statorového a rotorového vinutí, jmenovitá tloušťky vzduchové mezery mezi statorovým a rotorovým svazkem stroje, použité materiály a v neposlední řadě také typ a velikost nesymetrie vzduchové mezery. Tečné složky magnetických sil vytváří krouticí moment nezbytný pro chod stroje. Radiální složky magnetických sil bývají hlavním zdrojem vibrací struktury stroje.

U ideálně symetrického stroje jsou magnetické síly působící na rotor stroje v daný časový okamžik v rovnováze. Narušení symetrie stroje, například z důvodu geometrických odchylek statorového a rotorového svazku od ideálního válcového tvaru nebo poruchy vinutí, má za následek nesymetrické rozložení magnetických sil po obvodu vinutí stroje. Tím vzniká přídatné zatížení, které se označuje jako magnetický tah. Vektor magnetického tahu je orientován ve směru největšího gradientu magnetického potenciálu a jeho velikost je tím větší, čím větší je nesymetrie. Tato závislost je obecně nelineární. V důsledku působení magnetického tahu na strukturu točivého elektrického stroje dochází k dalšímu nárůstu nesymetrie stroje.

Negativní účinky magnetických sil na strukturu stroje jsou zřejmé. V první řadě to jsou vibrace vybuzené v důsledku proměnnosti magnetických sil v čase. S vibracemi úzce souvisí hluk a cyklické namáhání konstrukce stroje. V případě existence magnetického tahu dochází k průhybu rotoru a významnému nárůstu radiálního zatížení ložisek rotoru. Díky závislosti magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery ovlivňuje magnetický tah i hodnotu některých vlastních frekvencí, při nichž dochází k významnému kmitání rotoru nebo statoru v radiálním směru.

Jedním z hlavních úkolů při návrhu točivého elektrického stroje je posoudit vliv magnetických sil na dynamickou odezvu struktury stroje a tak se již ve fázi návrhu vyhnout situaci kdy by v důsledku působení magnetických sil mohlo při provozu docházet k nadměrným vibracím a hlučnosti stroje. Efektivním nástrojem pro zkoumání vlivu různých konstrukčních řešení vinutí stroje, ale i poruchových stavů na dynamické chování točivých elektrických je výpočtové modelování. Výpočtové modelování dynamického chování točivých elektrických strojů je mezioborová úloha kombinující znalosti z oblasti mechaniky těles a elektrotechniky. V praxi se obvykle postupuje tak,

že se elektrotechnická a mechanická část návrhu točivého elektrického stroje řeší odděleně a vzájemná elektromechanická interakce není brána v potaz.

Předmětem této práce je výpočtové modelování dynamického chování třífázového asynchronního generátoru. Navržený výpočtový model zohledňuje elektromechanickou interakci mezi statorem a rotorem stroje, čímž se významně odlišuje od běžně používaných výpočtových modelů. Je provedena analýza modální vlastností stroje a výpočet dynamické odezvy stroje. Kromě dynamického chování ideálně symetrického stroje, je pozornost věnována také vlivu tuhosti vybraných částí konstrukce na modální vlastnosti řešeného stroje a analýze vlivu nesymetrie vzduchové mezery na dynamickou odezvu stroje.

2. Formulace problému a cílů práce

Při konstrukci moderních točivých elektrických strojů je požadováno, aby tyto stroje byly výkonnější, měli vyšší účinnost, zároveň však byly také lehčí tišší a spolehlivější. Výroba prototypů zvláště u větších točivých elektrických strojů je finančně značně nákladná. Proto je snahou dynamickou odezvu točivého elektrického stroje na působení magnetických sil co nejkvalitněji analyzovat výpočtovým modelováním a tím se již ve fázi návrhu vyhnout případným komplikacím způsobených nadměrnými vibracemi nebo hlučností stroje.

Hlavními cíli práce je vytvořit výpočtový model točivého elektrického stroje, jenž umožní zohlednit elektromechanickou interakci mezi statorem a rotorem stroje. Dále provést výpočtovou analýzu modálních vlastností stroje. Posoudit vlivu magnetického tahu a tuhosti vybraných částí stroje na modální vlastnosti celého stroje a provést výpočet dynamické odezvy stroje na působení magnetických sil při ustáleném chodu stroje. Kromě analýzy dynamického chování ideálně symetrického stroje bude především zkoumán vliv nesymetrie vzduchové mezery na dynamickou odezvu stroje.

Ke splnění stanovených cílů je nutné provést tyto dílčí kroky:

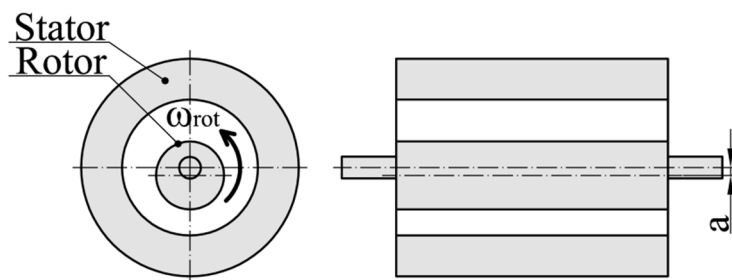
1. Vytvořit výpočtový model magnetického pole točivého elektrického stroje.
2. Získat závislost magnetických sil působících na statorový a rotorový svazek na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery.
3. Vytvořit výpočtový model dynamické chování točivého elektrického stroje.
4. Provést analýzu vlivu magnetických sil na dynamické chování struktury točivého elektrického stroje.

Výpočty prezentované v této práci jsou provedeny pro třífázový vertikální asynchronní generátor s klecovým rotorem, který je určen pro provoz v malých vodních elektrárnách. Základní parametry tohoto stroje jsou uvedeny v tabulce 2.1.

Tab. 2.1: Základní parametry stroje.

parametr	hodnota	jednotka
Jmenovitý výkon	380	kW
Jmenovité napětí jedné fáze	6300	V
Jmenovitý proud jedné fáze	55	A
Frekvence sítě	50	Hz
Počet pólových dvojic	12	-
Otáčky rotoru	253	min ⁻¹
Vnější průměr statoru	1250	mm
Vnitřní průměr statoru	1040	mm
Vnější průměr rotoru	1037,6	mm
Jmenovitá tloušťka vzduchové mezery	1,2	mm
Délka paketu statorových plechů	790	mm
Počet drážek statorového vinutí	144	-
Počet rotorových tyčí	176	-
Zapojení cívek statorového vinutí	Y	-

Typ nesymetrie vzduchové mezery uvažovaný v této práci je uveden na obrázku 2.1. Jedná se o základní, typ nesymetrie vzduchové mezery způsobený excentrickým nasazením rotorového svazku na hřídeli rotoru. Střednice rotorového svazku je rovnoběžná se střednicí rotoru. Rotorový i statorový svazek mají ideální válcový tvar. Někdy se tento typ nesymetrie vzduchové mezery označuje také jako dynamická excentricita. Z hlediska vlivu magnetického tahu na dynamické chování rotoru představuje tento typ nesymetrie ze všech možných typů geometrické nesymetrie vzduchové mezery nejvíce nepříznivou variantu, protože velikost vyosení rotorového svazku je podél střednice rotoru konstantní.



Obr. 2.1: Typ nesymetrie vzduchové mezery.

3. Rešeršní studie

Výpočtové modelování dynamického chování točivých elektrických strojů je mezi oborová úloha kombinující poznatky z oblasti výkonové elektrotechniky a mechaniky těles. V první fázi výpočtu je potřeba dostatečně kvalitně popsat závislost magnetických sil, působících na vinutí točivého elektrického stroje, na čase. V druhé fázi pak probíhá vlastní výpočet dynamické odezvy točivého elektrického stroje na působení magnetických sil. Samozřejmostí je požadavek, aby obě fáze výpočtu byly navzájem úrovnově vyváženy.

V první části rešerše jsou uvedeny základní přístupy k výpočtovému modelování magnetických sil působících na vinutí točivého elektrického stroje. Druhá část rešerše je potom věnována výpočtovému modelování dynamického chování točivých elektrických strojů.

3.1. Výpočet magnetických sil

Velikost magnetických sil působících na vinutí točivého elektrického stroje se stanovuje z rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře mezi statorovým a rotorovým svazkem nejčastěji metodou Maxwellova tenzoru napětí popřípadě aplikací principu virtuálních prací. Existují i další metody, jejich přehled a základní popis je uveden v publikaci Burakov [10].

Práce zabývající se analýzou magnetického pole točivých elektrických strojů zpravidla předpokládají, že rozložení magnetického pole točivého elektrického stroje je podél střednice statorového svazku konstantní, není tudíž nutné řešit magnetické pole v celém objemu magnetického obvodu stroje, ale stačí pouze v jeho příčném průřezu.

Podle způsobu analýzy magnetického pole točivého elektrického stroje lze výpočtové modely magnetických sil rozdělit na analytické a numerické.

3.1.1. Analytické výpočtové modely

Analytické výpočtové modely bývají sestaveny za použití celé řady zjednodušujících předpokladů. Zpravidla ve výpočtu neuvažují tečnou složku magnetických sil, vliv syčení jádra statorového a rotorového vinutí ani vliv překrývání drážek statorového a rotorového vinutí na velikost magnetických sil. Aproximace rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře se pro jednoduchost zpravidla omezuje pouze na první, popřípadě několik prvních harmonických složek. Výstupem analytických výpočtových modelů je obvykle přímo hodnota magnetického tahu, tedy výslednice magnetických sil působících na vinutí stroje. Velkou výhodou analytických výpočtových modelů je jejich jednoduchost a přímá fyzikální interpretace. Mezi nevýhody analytických výpočtových modelů patří omezená přesnost a obtížné zohlednění výše popsaných jevů, jež mohou za určitých podmínek významně ovlivnit velikost magnetických sil.

Tvorbou a aplikací analytických výpočtových modelů magnetického tahu při výpočtovém modelování dynamického chování točivých elektrických strojů se zabývají například: Dorrell [16], Frauman [22], Gerlando [24], Gustavsson [28], Lundström [41], Osama [49] a Pennacchi [51].

3.1.2. Numerické výpočtové modely

Numerické výpočtové modely magnetických sil působících na vinutí točivého elektrického stroje jsou založeny na řešení rovnice magnetického pole točivého elektrického stroje některou numerickou metodou, dnes nejčastěji metodou konečných prvků. Oproti analytickým výpočtovým modelům využívají numerické výpočtové modely podstatně méně zjednodušujících předpokladů. Ve výpočtu lze bez problémů zahrnout materiálovou nelinearitu v podobně sycení jádra statorového a rotorového vinutí i vliv překrývání drážek statorového a rotorového vinutí, dále pak mohou být ve výpočtu zohledněny také například ztráty způsobené vířivými proudy popřípadě rozptylovými indukčními toky a podobně. Komplexnost numerických výpočtových modelů magnetického pole točivých elektrických strojů je vyvážena vyššími nároky na výpočet, proto se tento typ výpočtových modelů začal ve větší míře používat až v posledním desetiletí. Uplatňují se především v oblasti výkonové elektrotechniky.

Základním typem numerického výpočtového modelu magnetického pole točivého elektrického stroje je dvojrozměrný výpočtový model magnetického obvodu stroje aktivovaný proudy procházejícími statorovým a rotorovým vinutí. Tento typ výpočtového modelu je použit například v publikacích Dolinar [15], Negoita [44], Reisen [58], Skalka [63], [64] a Yongjung [84]. Jsou-li proudy procházející statorovým a rotorovým vinutí zadány explicitně, pak řešení rovnice magnetického pole konverguje velmi rychle. Tento přístup má ale i svá omezení, neboť nezohledňuje vliv magnetického pole generovaného statorovým vinutí na proudy indukované v rotorovém vinutí a naopak, proto se používá výhradně pro ideálně symetrické stroje. Postup stanovení velikosti statorových a rotorových proudů není v publikacích obvykle popsán. Výjimkou je publikace Skalka [63], v níž jsou statorové a rotorové proudy stanoveny na základě experimentálního měření momentové charakteristiky, měření statorových proudů při provozu skutečného stroje v režimech nakrátko a naprázdno a výpočtu parametrů náhradního obvodu stroje.

Dalším typem numerického výpočtového modelu magnetického pole točivého elektrického stroje je výpočtový model založený na řešení sdružené elektromagnetické úlohy. Tento výpočtový model sestává ze dvou dílčích výpočtových modelů: dvojrozměrného výpočtového modelu magnetického obvodu stroje a výpočtového modelu elektrického obvodu stroje. Oba dva dílčí výpočtové modely jsou navzájem propojeny a při výpočtu řešeny současně. U tohoto typu výpočtového modelu je statorové vinutí stroje aktivováno napájecím napětím, to vytváří časově proměnné magnetické pole, jež v rotorovém vinutí indukuje elektrický proud. Je tedy lépe respektován fyzikální princip činnosti točivých elektrických strojů, než v případě přímého zadání hodnot elektrických proudů procházejících statorovým a rotorovým vinutím. Více informací o tomto typu výpočtového modelu lze nalézt například v publikacích Ameen [1], Arkkio [3], Carlson [11], Gmiden [26], Khalf [36], Perez [54], Ramirez [57], Tenhunen [74] a Wankeue [77].

V omezené míře se také používají numerické výpočtové modely magnetického pole točivého elektrického stroje využívající trojrozměrného modelu geometrie magnetického obvodu stroje, viz například práce Kindl [37] a Noga [48]. Tímto

přístupem lze ve výpočtovém modelu velmi dobře zohlednit například vliv zakončení vinutí na rozložení magnetického pole stroje. Diskretizace těchto výpočtových modelů je ale tvořena mnohonásobně vyšší počtem prvků než u dvojrozměrných výpočtových modelů magnetického obvodu stroje s čímž souvisí i výrazně delší výpočtové časy.

Numerické výpočtové modely magnetického pole jsou efektivním nástrojem pro zkoumání vlivu různých konstrukčních řešení vinutí stroje, na rozložení magnetické pole uvnitř stroje, popřípadě na vybrané provozní parametry stroje a podobně. Příkladem jsou publikace Dolinar [15], Gmiden [26], Khalf [36], Ramirez [57], Reisen [58], Shaarbafi [61], Skalka [63], Stermecki [67], Tudorache [76], Weerd [80] a Yang [83]. Lze je také použít při simulaci chování točivého elektrického stroje v důsledku různých poruchových stavů vinutí. Touto problematikou se zabývají například publikace Arkkio [5], Faiz [18]-[20], Gyselinck [29] a Wanke [77], nebo při výpočtovém modelování magnetických sil působících na vinutí točivého elektrického stroje Arkkio [4], Tenhunen [68]-[73], Tenhunen [75] a Wang [79].

3.2. Výpočtové modelování dynamického chování točivých elektrických strojů

Publikace zabývající se výpočtovým modelováním dynamického chování točivých elektrických strojů lze rozdělit na práce zkoumající vliv magnetických sil na dynamické chování rotoru stroje a práce zkoumající vliv magnetických sil na dynamické chování statoru stroje.

3.2.1. Výpočtové modelování dynamického chování rotoru

Jak již bylo zmíněno výše, v případě ideálního symetrického stroje je vliv magnetických sil na dynamické chování rotoru stroje zpravidla nevýznamný. Hlavním cílem publikací zabývajících se výpočtovým modelováním dynamického chování rotorů točivých elektrických strojů je analyzovat vliv magnetického tahu na dynamické chování a vlastní frekvence rotorové soustavy. Nejjednodušší výpočtové modely, používané k tomuto účelu, jsou složeny z Lavalova modelu rotoru a některého z analytických výpočtových modelů magnetického tahu. Například Guo [27] tento typ výpočtového modelu použil ke zkoumání vlivu otáčkové frekvence rotoru, excentricity uložení rotoru v kostře generátoru a počtu pólových dvojic statorového vinutí na modální vlastnosti rotoru malého třífázového generátoru. Na tuto práci navázal Wu [82], který vytvořený výpočtový model použil k analýze vlivu magnetického tahu na stabilitu pohybu rotoru stroje. Studium vlivu magnetického tahu na stabilitu pohybu rotoru malého točivého elektrického stroje se také podrobně zabýval Holopainen [32], [33], jež výpočtový model dynamického chování rotoru stroje sestavil z Lavalova modelu rotoru a parametrického výpočtového modelu magnetického tahu navrženého v Arkkio [4]. Mezi práce zkoumající vliv magnetického tahu na stabilitu pohybu rotoru patří také Belmans [7]. Lavalův model rotoru společně s vybraným analytickým výpočtovým modelem magnetického tahu je také použit v publikacích Lundström [41] a [42], v nichž je porovnáván vliv různých typů nesymetrie vzduchové mezery na stabilitu pohybu rotoru velkého synchronního generátoru. Kromě Lavalova modelu rotoru se při

analýzách dynamického chování rotorů točivých elektrických strojů používají i výpočtové modely rotoru sestavené na základě Eulerovi-Bernoulliovi teorie nosníků. Tento typ výpočtového modelu je použit například v publikaci Gustavsson [28] ke zkoumání vlivu magnetického tahu na vlastní frekvence a stabilitu pohybu rotoru velkého synchronního generátoru. Účinky magnetického tahu na rotor stroje jsou v této publikaci modelovány lineární pružinou se zápornou tuhostí. Tak zvaná magnetická tuhost této pružiny byla stanovena na základě linearizace analytického výpočtového modelu magnetického tahu, navrženého v publikaci Guo [27]. Werner [81] porovnává vliv geometrické nesymetrie rotorového svazku, nevývahy rotoru a průhybu hřídele rotoru na dynamické chování rotoru řešené rotorové soustavy. Frosini [23], Pennanchi [51] a [52] se zabývají výpočtovým modelováním dynamického chování rotoru turbogenerátoru uloženého v hydrodynamických kluzných ložiskách.

3.2.2. Výpočtové modelování dynamického chování statoru

Motivací výpočtového modelování dynamického chování statorů točivých elektrických stroje je kromě analýzy očekávaných vibrací struktury statoru také predikce hluku točivého elektrického stroje. Hluk točivých elektrických strojů má podle Madejewski [43] tři hlavní složky: hluk magnetického původu, hluk ventilačního původu a hluk mechanického původu. Hluk magnetického původu je nejtypičtější složkou hluku točivých elektrických strojů. Vzniká v důsledku působení časově proměnných magnetických sil na stator stroje. U pomalu běžných točivých elektrických strojů, kde je podíl hluku ventilačního původu na celkové hlučnosti stroje obvykle nevýznamný, má hluk magnetického původu dominantní podíl na celkové hlučnosti stroje. Do kategorie hluku magnetického původu patří i hluk generovaný magnetostrikčními silami působícími v jádru vinutí. Tyto síly mají významný podíl na hlučnosti transformátorů, ale u točivých elektrických strojů obvykle nejsou uvažovány.

V publikacích Delaere [13] a [14] je prezentována jednoduchá analytická metoda výpočtu přídatných harmonických složek magnetických sil působících na stator točivého elektrického stroje v případě statické nesymetrie vzduchové mezery. V práci Iwata [35] je navržen a experimentálně ověřen analytický výpočtový model dynamické odezvy statoru malého dvoupólového elektromotoru. Z důvodu komplikované geometrie statoru stroje se však běžně používají konečnoprvkové výpočtové modely a to nejen pro výpočet dynamické odezvy statoru stroje, ale zpravidla také k výpočtu magnetických sil působících na vinutí stroje. Autoři publikací Belahcen [6], Fengge [21], Ishibashi [34], Neumayer [45], Neves [46] a [47] posuzovali očekávanou dynamickou odezvu stroje na základě porovnání frekvenčního spektra magnetických sil, které působí na statorový svazek a vlastních frekvencí statoru. Výpočtovému modelování dynamické odezvy statoru točivého elektrického stroje se také věnuje značně rozsáhlá práce Sahaj [60]. Predikcí hluku generovaného magnetickým polem točivého elektrického stroje se zabývají práce Hameyer [30], Negoyta [44], Radu [56] a také publikace Roivainen [59], v níž je provedeno porovnání několika metod výpočtu hladiny akustického výkonu vyzářeného vnějším povrchem statoru.

3.2.3. Shrnutí

Na základě provedené rešerše lze konstatovat, že zde uvedené výpočtové modely dynamického chování rotoru točivého elektrického stroje považují stator stroje za absolutně tuhý a naopak výpočtové modely dynamického chování statoru točivého elektrického stroje považují rotor stroje za absolutně tuhý. Práce, v kterých by byla uvažována vzájemná elektromechanická interakce mezi statorem a rotorem stroje, se dosud prakticky nevyskytují.

4. Výpočet magnetických sil

Důležitým krokem při výpočtovém modelování dynamického chování točivých elektrických strojů je určení velikosti magnetických sil působících na statorový a rotorový svazek stroje. S ohledem na cíle práce formulované v kapitole 2., se pro výpočet časové závislosti magnetických sil působících na statorové a rotorové vinutí stroje jako nejvhodnější jeví výpočtový model magnetického pole točivého elektrického stroje založený na řešení sdružené elektromagnetické úlohy metodou konečných prvků. Pro realizaci výpočtového modelu byl použit konečnoprvkový systém ANSYS 14.0.

4.1. Teoretický základ

V případě řešeného generátoru jsou drážky statorového a rotorového vinutí rovnoběžné se střednicí statorového respektive rotorového svazku. V takovém případě je rozložení magnetického pole podél střednice stroje téměř neměnné. Určité odchylky nastávají na okrajích statorového a rotorového svazku v důsledku zakončení vinutí. Tyto odchylky jsou ale vzhledem k délce statorového svazku nevýznamné. Není tedy nutné řešit rozložení magnetického pole v celém magnetickém obvodu stroje, ale stačí pouze v jeho příčném průřezu. Rozložení magnetické pole v dvojrozměrné oblasti magnetického obvodu stroje popisuje rovnice

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{N_s}{S_s} \mathbf{I}_s + \frac{\gamma}{l_R} \mathbf{U}_R = \mathbf{0}. \quad (4.1)$$

Tuto rovnici lze odvodit na základě Maxwellových rovnic a konstitutivních vztahů popisujících chování použitých materiálů v magnetickém poli, jak je ukázáno například v Arkkio [3] nebo Burakov [10]. Statorové vinutí stroje je připojeno k třífázové napájecí soustavě a vytváří magnetické pole, jež indukuje elektrický proud v rotorových tyčích. Proto jsou k rovnici (4.1) připojeny rovnice elektrické rovnováhy ve statorovém vinutí

$$\mathbf{R}_s \mathbf{I}_s + \frac{l_s N_s}{S_s} \iint_{S_s} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dS - \mathbf{U}_s = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

a rovnice elektrické rovnováhy v rotorovém vinutí

$$\mathbf{R}_R \mathbf{I}_R + \mathbf{R}_R \gamma \iint_{S_R} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} dS - \mathbf{U}_R = \mathbf{0}. \quad (4.3)$$

V těchto rovnicích \mathbf{A} označuje matici vektorového magnetického potenciálu, \mathbf{I}_s , \mathbf{I}_R , \mathbf{U}_s a \mathbf{U}_R jsou sloupcové vektory elektrického proudu a napětí ve statorovém vinutí a rotorových tyčích, \mathbf{R}_s , \mathbf{R}_R jsou matice elektrického odporu statorového a rotorového vinutí, N_s je počet závitů jedné cívky statorového vinutí, S_s , S_R jsou plochy příčného průřezu cívky statorového vinutí a rotorové tyče, l_s je délka paketu statorových plechů, l_R je délka rotorové tyče, t označuje čas, ν měrný magnetický odpor a γ měrnou elektrickou vodivost. Rotorové vinutí má podobu klece. Tvoří ho soustava rotorových tyčí (L_R), jejichž konce jsou navzájem propojeny dvojicí zkratovacích kruhů. Schéma elektrického obvodu klece rotoru je znázorněno na obrázku 4.1. Zkratovací kruhy jsou

v tomto obrázku rozděleny na segmenty. Každý segment spojuje konce dvou sousedních rotorových tyčí a jeho chování v elektrickém obvodu je modelováno odporem (R_i) a vlastní indukčností (L_i). Podle Kirchhoffových zákonů pro elektrický obvod klece rotoru platí následující rovnice

$$\mathbf{I}_{kruh} - \mathbf{P}\mathbf{I}_R = \mathbf{0}, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{P}\mathbf{U}_R + \mathbf{R}_{kruh}\mathbf{I}_{kruh} + \mathbf{L}_{kruh}\frac{d}{dt}\mathbf{I}_{kruh} = \mathbf{0}, \quad (4.5)$$

kde \mathbf{I}_{kruh} je sloupcový vektor elektrických proudů procházejících zkratovacími kruhy, \mathbf{R}_{kruh} je matice elektrických odporů zkratovacích kruhů, \mathbf{L}_{kruh} je matice indukčností zkratovacích kruhů a \mathbf{P} je matice propojení, jejíž struktura je dána uspořádáním rotorových tyčí v kleci rotoru. \mathbf{R}_{kruh} a \mathbf{L}_{kruh} jsou řídké matice, jejichž nenulové prvky vyjadřují elektrický odpor jednoho segmentu zkratovacího kruhu, který se vypočítá ze vztahu

$$R_i = \zeta \frac{l_i}{S_i}, \quad (4.6)$$

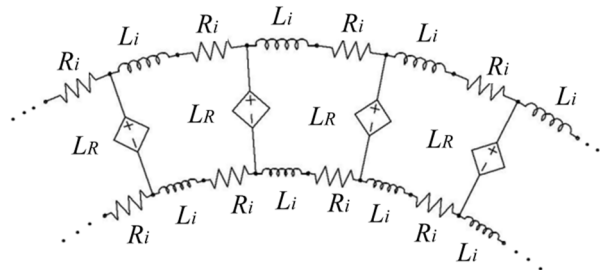
a indukčnost jednoho segmentu zkratovacího kruhu, jenž se vypočítá ze vztahu

$$L_i = \mu_0 l_i \lambda_i, \quad (4.7)$$

kde ζ je měrný elektrický odpor materiálu, z něhož jsou zkratovací kruhy vyrobeny, l_i je střední délka segmentu zkratovacího kruhu, S_i je plocha příčného průřezu zkratovacího kruhu, μ_0 je permeabilita vzduchu a λ_i je geometrická permeance segmentu zkratovacího kruhu, kterou lze podle Boldea [8] přibližně stanovit podle vztahu

$$\lambda_i \approx \frac{6D_R}{4N_R l_R \sin^2\left(\frac{\pi p}{N_R}\right)} \log\left(\frac{D_R}{2(b+h)}\right). \quad (4.8)$$

Zde D_R je střední průměr zkratovacího kruhu, N_R je počet rotorových tyčí, l_R je délka rotorové tyče, p je počet pólových dvojic statorového vinutí a symboly b a h označují šířku a výšku příčného průřezu zkratovacího kruhu.



Obr. 4.1: Schéma elektrického obvodu klece rotoru.

Rovnice (4.1) – (4.8) tvoří výpočtový model magnetického pole točivého elektrického stroje

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}(\mathbf{A}) & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{13} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{21}(\mathbf{A}) & \mathbf{K}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{31}(\mathbf{A}) & 0 & \mathbf{K}_{33} & \mathbf{K}_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{44} & \mathbf{K}_{45} \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{53} & 0 & \mathbf{K}_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{I}_S \\ \mathbf{U}_R \\ \mathbf{I}_R \\ \mathbf{I}_{kruh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{U}_S(t) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

kde \mathbf{A} , \mathbf{I}_S , \mathbf{U}_R , \mathbf{I}_R a \mathbf{I}_{kruh} jsou neznámé a \mathbf{U}_S je aktivační veličina. Podrobný popis tohoto výpočtového modelu je uveden například v publikacích Arkkio [3], Burakov [10] nebo Carlson [11].

Pro výpočet magnetických sil působících na vinutí točivého elektrického stroje byla použita metoda Maxwellova tensoru napětí, neboť je přímo implementována v systému ANSYS. Leží-li dvojrozměrný výpočtový model magnetického obvodu stroje v rovině x-y kartézského souřadného systému vypočítají se magnetické síly působící na vinutí stroje jako křivkový integrál

$$\mathbf{F}_{mag} = \frac{1}{\mu_0} \int_s \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} B^2 & B_x B_y \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{1}{2} B^2 \end{bmatrix} \mathbf{n} ds \quad (4.10)$$

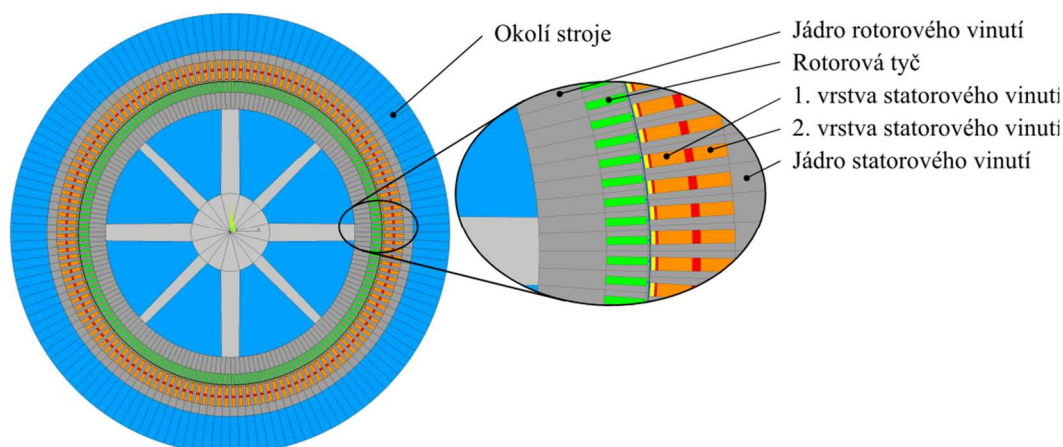
po hranici s , kde hranicí s je vnější povrch rotorového vinutí, případně vnitřní povrch statorového vinutí, \mathbf{F}_{mag} je sloupcový vektor magnetických sil, \mathbf{n} je jednotkový vektor normály k hranici s , μ_0 je permeabilita vzduchu, B_x a B_y jsou složky magnetické indukce ve směru os kartézského souřadného systému a

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}. \quad (4.11)$$

4.2. Realizace výpočtového modelu

4.2.1. Model geometrie magnetického obvodu stroje

Dvojrozměrný model geometrie magnetického obvodu řešeného točivého elektrického stroje na obrázku 4.2 tvoří hřídel rotoru s žebry pro uložení rotorového svazku, rotorový svazek a statorový svazek. Kostra statoru nemá významný vliv na rozložení magnetického pole uvnitř stroje, proto není v modelu geometrie zahrnuta. Rotorový svazek sestává z jádra a rotorových tyčí. Statorový svazek tvoří jádro a dvouvrstvé statorové vinutí. Kolem statorového svazku je vytvořena ještě plocha, která má dle požadavků systému ANSYS modelovat okolí stroje s výrazně odlišnými magnetickými vlastnostmi a tím jednoznačně vymezit oblast magnetického pole.

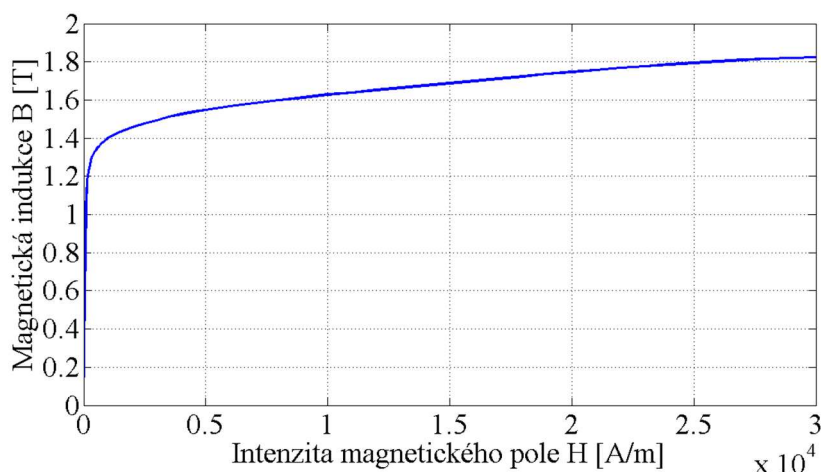


Obr. 4.2: Model geometrie magnetického obvodu stroje.

4.2.2. Model vlastností materiálu magnetického obvodu stroje

Jádro statorového a rotorového vinutí je vyrobeno z elektrotechnické oceli M400-50A, pro tento materiál je typická nelineární závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole, kterou popisuje B-H křivka zobrazená na obrázku 4.3. Chování ostatních použitých materiálů v magnetickém poli lze považovat za lineární a k jeho popisu stačí zadat pouze příslušné relativní permeability μ_r , jež jsou uvedeny v tabulce 4.2. Relativní permeabilita materiálu Sklotextit g10, ze kterého jsou vyrobeny klíny statorového vinutí, nebyla blíže specifikována, proto byla pro tento materiál použita hodnota 1,0, neboť této hodnotě je blízká relativní permeabilita většiny materiálů kromě materiálů feromagnetických.

Model materiálových vlastností rotorových tyčí a cívek statorového vinutí je z důvodu napojení na výpočtový model elektrického obvodu navíc rozšířen o hodnotu měrného elektrického odporu ζ .



Obr. 4.3: B-H křivka materiálu M400-50A.

Tab. 4.2: Parametry modelu materiálových vlastností, μ_r – relativní permeabilita, ζ – měrný elektrický odpor.

Část stroje	Materiál	μ_r [-]	ζ [Ωm]
Statorové vinutí	Měď	0.99999	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Klec rotoru	Měď	0.99999	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Klíny	Sklotextit g10	1,0	-
Hřídel rotoru	Ocel	8000	-
ostatní	Vzduch	1,0	-

4.2.3. Diskretizace modelu geometrie

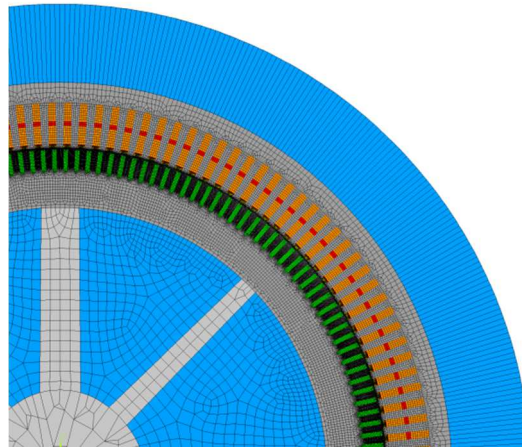
K diskretizaci modelu geometrie magnetického obvodu stroje byl použit rovinný osmi-uzlový prvek PLANE53, který je v systému ANSYS určen pro analýzy nízkofrekvenčních magnetických polí. V každém uzlovém bodu může mít tento prvek až tři stupně volnosti, podle toho jakou část magnetického obvodu reprezentuje.

Rotorové tyče v obrázku 4.2 byly diskretizovány variantou prvku PLANE53 určenou k modelování masivních vodičů. Tento prvek má v každém uzlovém bodu tři stupně volnosti: magnetický potenciál, elektrický proud a elektromotorické napětí. Poslední dva uvedené stupně volnosti slouží k propojení výpočtového modelu magnetického obvodu stroje s výpočtovým modelem elektrického obvodu stroje. Realizaci tohoto propojení bude věnován samostatný odstavec. Součástí nastavení použitého prvku PLANE53 jsou také reálné konstanty zohledňující geometrické vlastnosti rotorové tyče. Cívky statorového vinutí v modelu geometrie magnetického obvodu stroje byly diskretizovány variantou prvku PLANE53 určenou k modelování vinutých vodičů. Základní charakteristika tohoto prvku je shodná s předchozím, reálné konstanty jsou ale navíc rozšířeny o počet závitů a faktor plnění cívky. Ostatní součásti magnetického obvodu stroje byly diskretizovány základní variantou prvku PLANE53, jež má v každém uzlovém bodu pouze jeden stupeň volnosti a to magnetický potenciál.

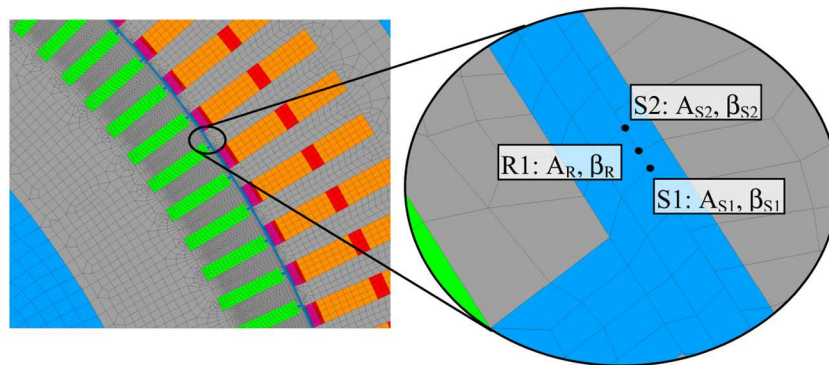
Největší gradient magnetického potenciálu nastává v okolí vzduchové mezery, proto je v těchto místech diskretizace nejjemnější, jak je patrné z obrázku 4.4. Aby bylo možné modelovat relativní pohyb rotoru vzhledem ke statoru, byla navíc vzduchová mezera mezi statorem a rotorem stroje rozdělena na dvě části. Část vzduchové mezery přiléhající ke statoru byla diskretizována společně se statorem, část vzduchové mezery přiléhající k rotoru byla diskretizována společně s rotorem. Obě dvě sítě konečných prvků byly vytvářeny na sobě nezávisle tak, aby v místě styku obou sítí měly stejný počet uzlových bodů. Stupně volnosti v uzlových bodech, ležících v místě styku obou sítí, byly následně propojeny vazbou. Tato vazba požaduje, aby hodnota magnetického potenciálu v uzlovém bodu, označeném v obrázku 4.5 symbolem R1, který leží na vnějším povrchu části vzduchové mezery přiléhající k rotoru, byla rovna hodnotě dané lineární interpolací hodnot magnetického potenciálu mezi dvěma nejbližšími uzlovými body, jež leží na vnitřním povrchu části vzduchové mezery přiléhající ke statoru. Tyto uzlové body jsou v obrázku 4.5 označeny symboly S1 a S2. Matematicky lze tuto podmínku zapsat rovnicí

$$A_R = \frac{A_{S2} - A_{S1}}{\beta_{S2} - \beta_{S1}} (\beta_R - \beta_{S1}) + A_{S1}, \quad (4.12)$$

kde A_R je hodnota magnetického potenciálu v bodě R1, A_{S1} , A_{S2} jsou hodnoty magnetického potenciálu v uzlových bodech S1 a S2, β_R , β_{S1} a β_{S2} označují úhlové souřadnice bodů R1, S1 a S2. Takto navržená rovnice vazby není zcela korektní, neboť prvek PLANE53 využívá kvadratické bázové funkce [2]. Vzhledem k rozměrům prvků použitých k diskretizaci vzduchové mezery je však plně akceptovatelný.



Obr. 4.4: Diskretizace modelu geometrie.

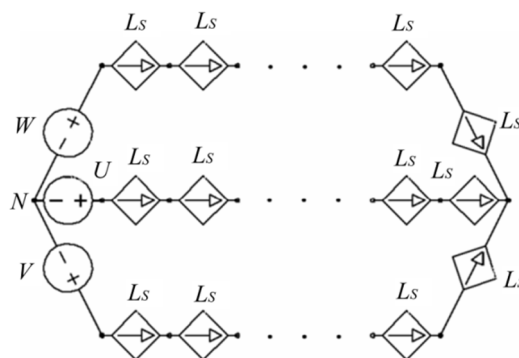


Obr. 4.5: Propojení diskretizace statoru a rotoru.

Okolí stroje bylo diskretizováno prvkem INFIN110. Tento prvek je v systému ANSYS speciálně navržen k modelování vnějšího okolí při analýzách magnetických, elektrických a teplotních polí. Jeho předností, v porovnání s běžně používanými konečnými prvky v těchto analýzách je, že celé okolí řešené oblasti stačí diskretizovat pouze jednou vrstvou tohoto elementu, jak je zřejmé z obrázku 4.4. Kromě diskretizace okolí stroje prvky INFIN110 je nutné předepsat na vnější obvod okolí stroje okrajovou podmínku vnějšího povrchu, jež je předdefinována v systému ANSYS.

4.2.4. Výpočtový model elektrického obvodu stroje

Výpočtový model elektrického obvodu stroje se skládá z elektrického obvodu statorového vinutí a elektrického obvodu klece rotoru. Jednotlivé komponenty těchto elektrických obvodů byly v systému ANSYS modelovány prvkem CIRCU124. Elektrický obvod statorového vinutí uvedený na obrázku 4.6 tvoří třífázová napájecí soustava (U , V , W) a cívky statorového vinutí (L_s) zapojené do hvězdy. Popis a schéma elektrického obvodu klece rotoru byl uveden v kapitole 4.1.

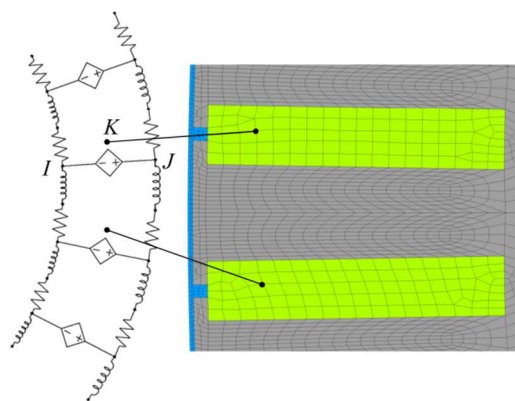


Obr. 4.6: Elektrický obvod statorového vinutí.

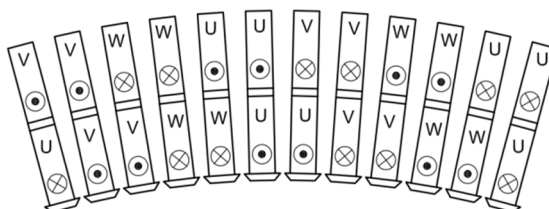
4.2.5. Propojení výpočtových modelů magnetického a elektrického obvodu stroje

Jak již bylo uvedeno výše prvky PLANE53 použité k diskretizaci rotorových tyčí ve výpočtovém modelu magnetického obvodu stroje mají v každém uzlovém bodu tři stupně volnosti: magnetický potenciál, elektrický proud a elektromotorické napětí. Prvky CIRCU124, jež ve výpočtovém modelu elektrického obvodu klece rotoru představují rotorové tyče, jsou definovány třemi uzlovými body. Tyto body jsou v obrázku 4.7 označeny jako I , J a K . Uzlové body I a J náležejí elektrickému obvodu klece rotoru a mají jeden stupeň volnosti, elektrické napětí. Uzlový bod K má dva stupně volnosti: elektrický proud, elektromotorické napětí a je totožný s libovolně vybraným uzlovým bodem z oblasti, která ve výpočtovém modelu magnetického obvodu reprezentuje příslušnou rotorovou tyč. Prvek CIRCU124 v elektrickém obvodu klece rotoru reprezentuje rotorovou tyč jako celek, kdežto ve výpočtovém modelu magnetického obvodu stroje jsou rotorové tyče diskretizovány množinou konečných prvků PLANE53. Z tohoto důvodu je nutné ve výpočtovém modelu magnetického obvodu stroje vytvořit vazby, jež zajistí, že elektrický proud a elektromotorické napětí bude ve všech uzlových bodech náležících příslušné rotorové tyči nabývat stejných hodnot.

Podobným způsobem je s výpočtovým modelem magnetického obvodu stroje spojen také elektrický obvod statorového vinutí. Při realizaci tohoto propojení, je ale potřeba navíc respektovat uspořádání fázových vodičů v pólové dvojici, které je pro řešený stroj uvedeno na obrázku 4.8.



Obr. 4.7: Propojení výpočtového modelu magnetického obvodu stroje s elektrickým obvodem klece rotoru.



Obr. 4.8: Uspořádání fázových vodičů v pólové dvojici.

4.2.6. Řešení sdružené elektromagnetické úlohy

Při rozběhu asynchronního generátoru je satorové vinutí nejprve připojeno k třífázovému zdroji napětí. V této fázi je stroj provozován v motorovém režimu. Po dosažení asynchronních otáček je spuštěna vodní turbína a otáčky rotoru plynule vzrůstají, až do okamžiku kdy je dosaženo nadsynchronních otáček.

Cílem výpočtu je získat časovou závislost magnetických sil, které při ustáleném chodu stroje působí na satorový a rotorový svazek. Přechodové jevy spojené s rozběhem stroje tedy nejsou významné. V takovém případě lze provést řešení vytvořené sdružené elektromagnetické úlohy ve frekvenční nebo v časové oblasti. Řešení ve frekvenční oblasti umožňuje systém ANSYS provést i v případě materiálové nelinearity magnetického obvodu stroje. Hlavní výhodou řešení ve frekvenční oblasti je podstatně kratší výpočtový čas než v případě řešení dané úlohy v časové oblasti. Získané výsledky poskytují dobrý odhad rozložení magnetického pole točivého elektrického stroje. Časový průběh magnetické indukce a dalších souvisejících veličin, který je v případě točivých elektrických strojů tvořen řadou harmonických složek, je ale aproximován jedinou harmonickou funkcí. To je pro zkoumání vlivu magnetických sil na dynamickou odezvu stroje nevýhodné, protože v takovém případě nejsou ve frekvenčním spektru magnetických sil zahrnuty harmonické složky vyšších řádů. V případě řešení vytvořené sdružené elektromagnetické úlohy v časové oblasti lze získat detailní popis časového průběhu magnetických sil působících na satorový a

rotorový svazek. Je však nutné simulovat chod točivého elektrického stroje včetně fáze vybuzení magnetického pole.

Z důvodu úspory výpočtového času byl při výpočtu časové závislosti magnetických sil použit postup kombinující oba možné přístupy. Vytvořená sdružená elektromagnetická úloha byla nejprve vyřešena ve frekvenční oblasti. V takovém případě se rotor stroje v průběhu výpočtu nepohybuje a pohyb rotoru vzhledem ke statoru je modelován prostřednictvím takzvané skluzové transformace. Skluzová transformace je založena na změně hodnoty měrného elektrického odporu materiálu klece rotoru podle vztahu

$$\zeta' = \frac{\zeta}{s}, \quad (4.13)$$

kde ζ je měrný elektrický odpor materiálu klece rotoru a s je skluz otáčkové frekvence rotoru vzhledem k frekvenci synchronních otáček. V případě provozu asynchronního točivého elektrického stroje v generátorovém režimu, ale vychází ze vztahu (4.13) záporná hodnota měrného elektrického odporu materiálu klece rotoru. To je pro systém ANSYS nepřípustné, proto byla při výpočtech použita absolutní hodnota měrného elektrického odporu materiálu klece rotoru. To odpovídá 247 otáčkám rotoru za minutu. Tuto techniku použili ve svých pracích například autoři Gmiden [26] a Yang [83], kteří se také zabývali výpočtovým modelováním magnetického pole asynchronního točivého elektrického stroje v systému ANSYS. Výsledkem výpočtu jsou hodnoty magnetického potenciálu v uzlových bodech diskretizace modelu geometrie, které mají podobu komplexního čísla. Reálné části magnetického potenciálu popisují rozložení magnetického pole při zadané konfiguraci stroje. Imaginární části magnetického potenciálu popisují rozložení magnetického pole při fázovém posunutí napájecího napětí o 90° . Reálné části hodnot magnetického potenciálu v jednotlivých uzlových bodech magnetického obvodu stroje byly následně použity jako počáteční podmínky při řešení úlohy v časové oblasti. Výpočty v časové oblasti byly prováděny s pevnou délkou časového kroku odpovídající $1/500$ periody napájecího napětí. Mezi jednotlivými výpočtovými kroky byla vždy upravena vazba mezi sítí konečných prvků statoru a rotoru tak, aby modelovala otáčení rotoru vzhledem k statoru.

4.2.7. Výsledky

Pro popis velikosti nesymetrie vzduchové mezery byl zaveden parametr nesymetrie vzduchové mezery

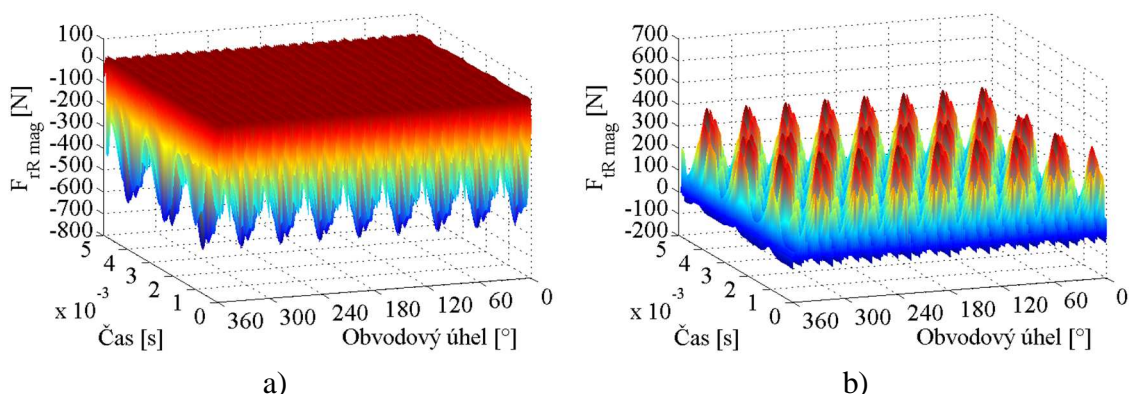
$$\delta = \frac{a}{g_0}, \quad (4.14)$$

kde a je vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru, viz obrázek 2.1 a g_0 je jmenovitá tloušťka vzduchové mezery. Aby bylo možné, při výpočtovém modelování dynamického chování struktury točivého elektrického stroje měnit velikost magnetických sil v závislosti na velikosti nejmenší tloušťky vzduchové mezery, byl

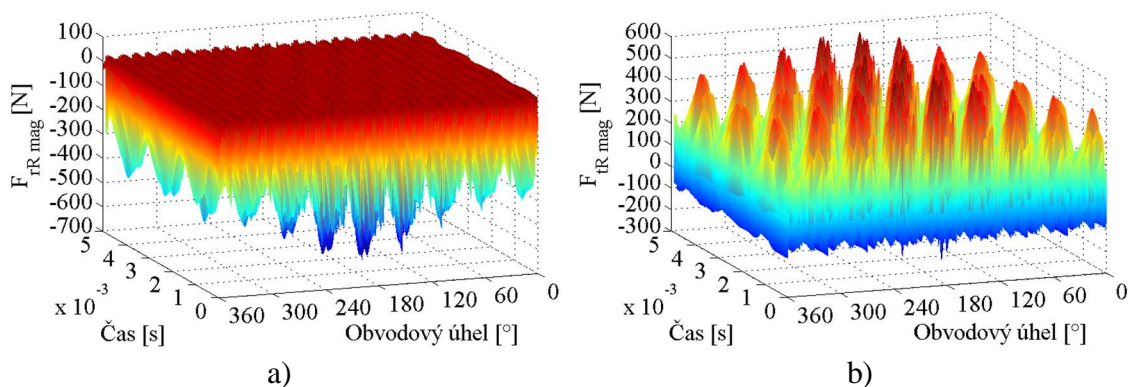
výpočet časové závislosti magnetických sil proveden pro hodnoty parametru nesymetrie vzduchové mezery $\delta = 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ a $0,5$.

Magnetické síly působící na rotorový svazek

Na obrázcích 4.9 a 4.10 jsou uvedeny části vypočítané časové závislosti radiální a tečné složky magnetických sil působících na rotor stroje v případě ideálně symetrického stroje a stroje s rotorovým svazkem vyoseným o 50 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery vzhledem ke střednici statoru. Z těchto obrázků je zřejmé, že nesymetrie vzduchové mezery způsobí nárůst magnetických sil v okolí nejmenší tloušťky vzduchové mezery. Na protilehlé straně, v okolí největší tloušťky vzduchové mezery, naopak dochází k poklesu magnetických sil.



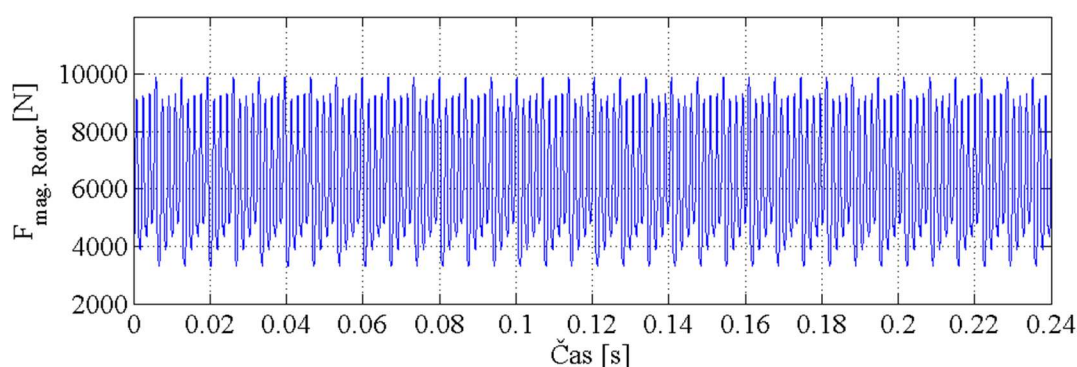
Obr. 4.9: Průběh magnetických sil působících na rotorový svazek, $\delta = 0$, a) radiální složka, b) tečná složka.



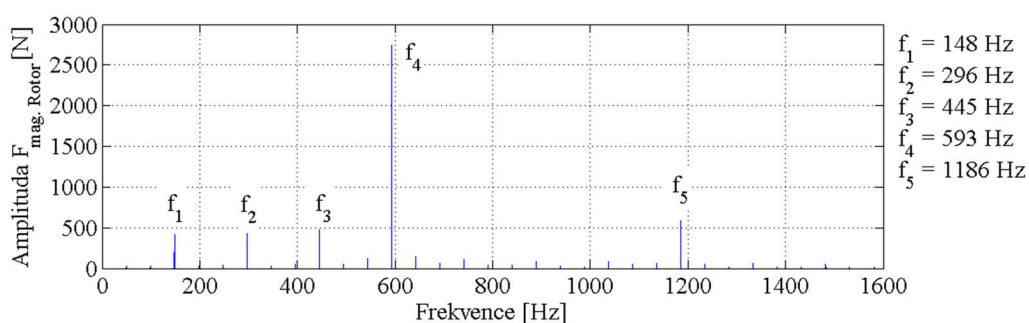
Obr. 4.10: Průběh magnetických sil působících na rotorový svazek, $\delta = 0,5$, a) radiální složka, b) tečná složka.

Časový průběh magnetické síly působící na jeden zub rotorového svazku během jedné otáčky rotoru ideálně symetrického stroje znázorňuje obrázek 4.11. Fourierovo spektrum této síly, je uvedeno na obrázku 4.12. Základní harmonická složka v tomto spektru má frekvenci 148 Hz a vzniká interakcí otáčkové frekvence rotoru a počtu drážek statorového svazku, jež vyplňují závity cívek jedné fáze vinutí se shodně orientovaným směrem elektrického proudu. Z obrázku 4.8 je zřejmé, že v každé pólové

dvojici tuto podmínku splňují právě tři drážky. To znamená, že v celém statorovém svazku je pro každou fázi vinutí takových drážek třicet šest. Další významné harmonické složky jsou násobky základní harmonické složky. Nejvyšší amplitudy dosahuje harmonická složka f_4 , jejíž frekvence 593 Hz je násobkem otáčkové frekvence rotoru a počtu drážek statorového vinutí. V případě excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru, se změní velikost amplitud harmonických složek síly $F_{\text{mag.Rotor}}$, podle toho, v které části rotorového svazku se vybraný zub rotorového svazku nachází, frekvenční spektrum se nezmění. Je vhodné připomenout, že frekvence otáčení rotoru je v tomto případě 4,12 Hz. V případě provozu stroje v generátorovém režimu bude otáčková frekvence 4,22 Hz. Rozdíl mezi významnými harmonickými složkami magnetických sil působících na jeden zub rotorového svazku při provozu stroje v motorovém a generátorovém režimu je menší než 2,5 %.



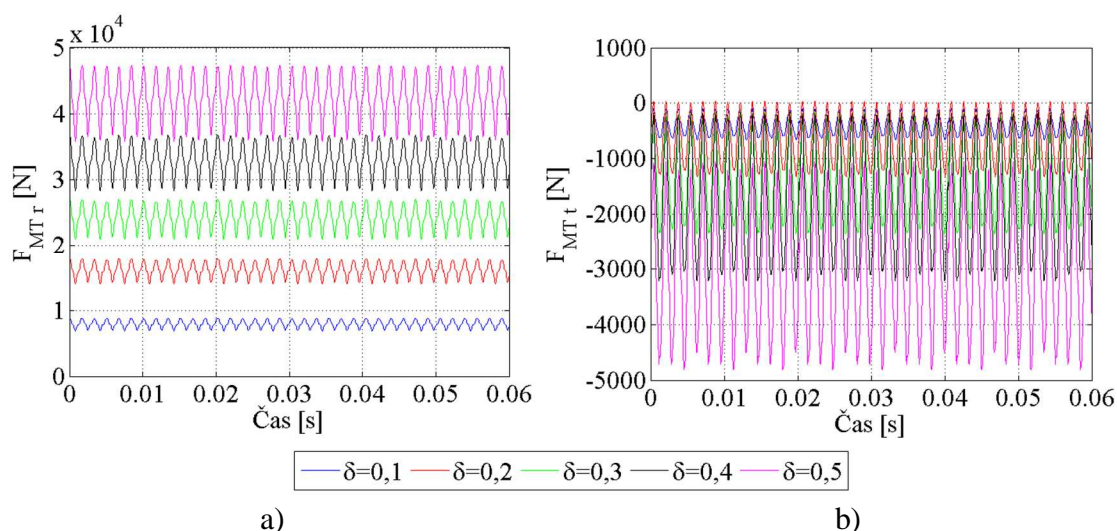
Obr. 4.11: Časový průběh magnetické síly působící na jeden zub rotorového svazku během jedné otáčky rotoru, $\delta = 0$.



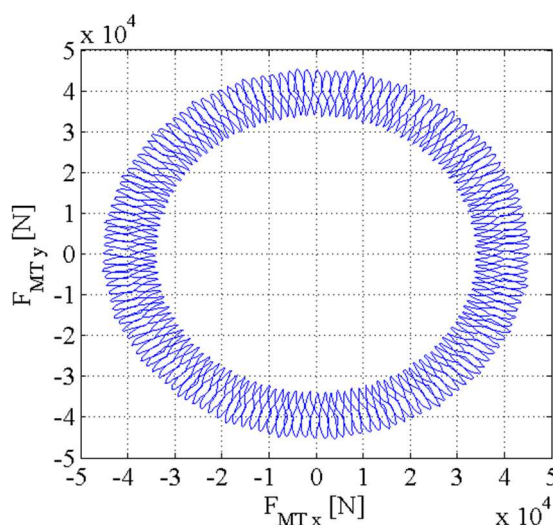
Obr. 4.12: Fourierovo spektrum magnetické síly $F_{\text{mag.Rotor}}$, $\delta = 0$.

V případě excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru, dojde k narušení symetrického rozložení magnetických sil po obvodu rotorového svazku, jak již bylo ukázáno v obrázku 4.10. Nesymetrické rozložení magnetických sil po obvodu rotorového svazku způsobí vznik magnetického tahu. Vektor magnetického tahu není orientován přímo ve směru nejmenší tloušťky vzduchové mezery, jak se obvykle při výpočtovém modelování dynamického chování rotorů točivých elektrických strojů předpokládá, ale v důsledku rozdílnosti otáček magnetického pole statoru a rotoru je od

tohoto směru nepatrně odchýlen, jak dokazuje obrázek 4.13, v němž je znázorněna závislost radiální a tečné složky magnetického tahu na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery. Hodnota magnetického tahu při konstantní hodnotě nesymetrie vzduchové mezery není v čase stálá, ale mění se v závislosti na úhlu pootočení rotorového svazku vzhledem ke statoru. Vyhodnocení magnetických sil působících na rotorový svazek točivého elektrického stroje při uvažovaném typu nesymetrie vzduchové mezery je doplněno ještě o tak zvanou stopu magnetického tahu, která je zobrazena na obrázku 4.14, a která znázorňuje, jak se mění poloha koncového bodu vektoru magnetického tahu během jedné otáčky rotoru v případě vyosení rotorového svazku o 50 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery. Počet smyček stopy magnetického tahu je roven počtu drážek statorového vinutí, tedy 144.



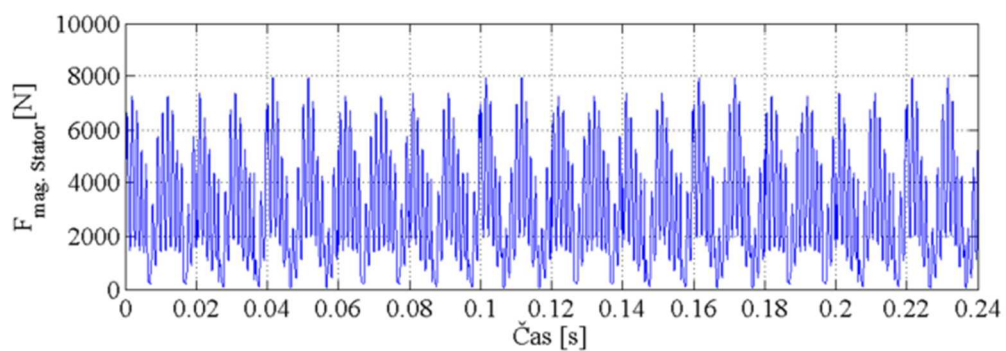
Obr. 4.13: Závislost magnetického tahu na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery δ , a) radiální složka magnetického tahu, b) tečná složka magnetického tahu.



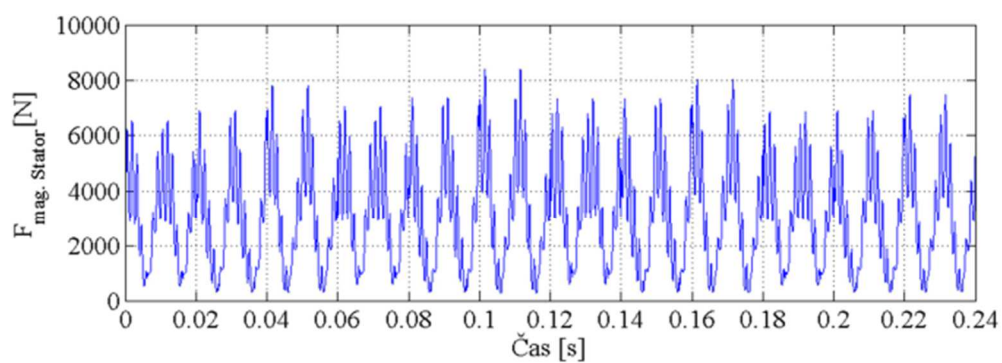
Obr. 4.14: Stopa magnetického tahu, $\delta = 0,5$.

Magnetické síly působící na statorový svazek

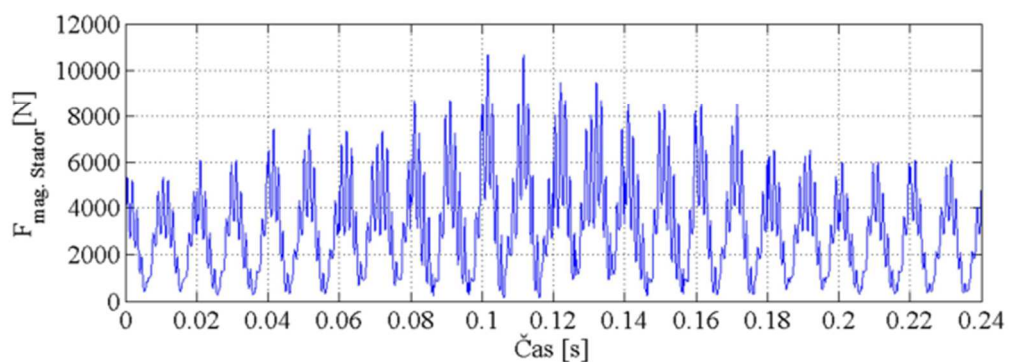
V případě excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru ovlivní pohybující se rotor časový průběh magnetických sil působících na statorový svazek. Z tohoto důvodu jsou v obrázku 4.15 kromě ideálně symetrického stroje, obrázek 4.15a), uvedeny i časové průběhy magnetických sil působících na jeden zub statorového svazku v případě vyosení rotorového svazku o 10 a 50 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery, obrázky 4.15b) a 4.15c). Fourierovo spektrum časového průběhu magnetických sil působících na jeden zub statorového svazku ideálně symetrického stroje je uvedeno na obrázku 4.16. Nejvyšší amplitudy dosahuje harmonická složka f_1 , jejíž frekvence je rovna dvojnásobku frekvence napájecího napětí. Frekvence ostatních významných harmonických složek vznikají interakcí otáčkové frekvence magnetického pole statoru, počtu drážek rotorového svazku a frekvence napájecího napětí. V případě výskytu uvažovaného typu nesymetrie vzduchové mezery významným způsobem vzroste amplituda frekvenční složky f_1 , naopak amplitudy frekvenčních složek souvisejících s otáčkovou frekvencí magnetického pole statoru poklesnou. S dalším nárůstem nesymetrie vzduchové mezery se amplitudy významných harmonických složek mírně zvyšují, současně na významnosti nabývá harmonická složka, jejíž frekvence je rovna otáčkové frekvenci rotoru, tedy 4,12 Hz. Dobře je to patrné z porovnání amplitud významných harmonických složek na obrázku 4.17.



a)

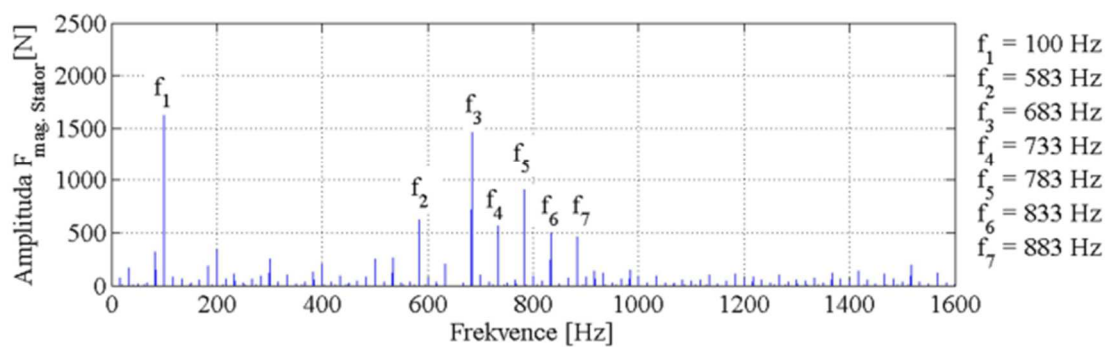


b)

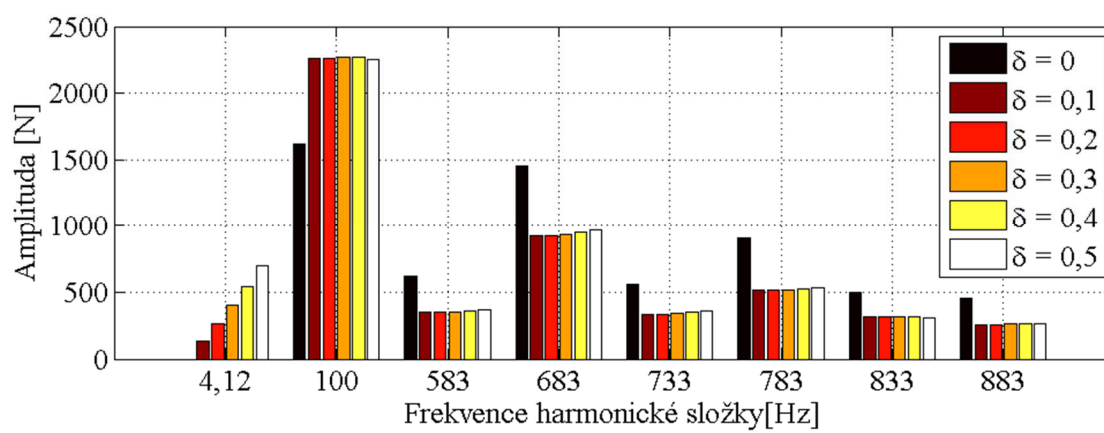


c)

Obr. 4.15: Časový průběh magnetické síly působící na jeden zub statorového svazku během jedné otáčky magnetického pole, pro různé velikosti nesymetrie vzduchové mezery a) $\delta = 0$; b) $\delta = 0,1$; c) $\delta = 0,5$.



Obr. 4.16: Fourierovo spektrum magnetické síly $F_{\text{mag. Stator}}$, $\delta = 0$.



Obr. 4.17: Porovnání amplitud významných harmonických složek magnetické síly $F_{\text{mag. Stator}}$, pro různé velikosti nesymetrie vzduchové mezery.

5. Analýza modálních vlastností točivého elektrického stroje

Při analýze modálních vlastností točivých elektrických strojů se obvykle zkoumají modální vlastnosti zvlášť statorové části a zvlášť rotorové části. Stejně tomu je i v této kapitole. Mimo to je v této kapitole posouzen vliv tuhosti statorového svazku na modální vlastnosti statoru, vliv magnetického tahu na modální vlastnosti rotoru a jsou také zkoumány modální vlastnosti soustavy stator–rotor.

5.1. Teoretický základ

Dynamická odezva točivého elektrického stroje na působení magnetických sil je případ vynuceného kmitání s n stupni volnosti. Pohybová rovnice vynuceného kmitání soustavy s n stupni volnosti, jež uvažuje i gyroskopické účinky působící na rotující část soustavy, má v maticovém vyjádření tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}(t), \quad (5.1)$$

Kde \mathbf{M} , \mathbf{B} , \mathbf{G} a \mathbf{K} jsou matice hmotnosti, tlumení, gyroskopických účinků a tuhosti soustavy, $\mathbf{F}(t)$ je sloupcový vektor vnějších sil působících na soustavu, $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$ a \mathbf{q} označují vektory zobecněných zrychlení, rychlostí a posuvů, ω je úhlová rychlost rotoru a t je čas.

Většina součástí řešeného točivého elektrického stroje je vyrobena z oceli. Vinutí je vyrobeno z mědi. Podíl ostatních použitých materiálů na celkovém útlumu je nevýznamný. Rotor stroje je uložen ve valivých ložiskách a otáčí se poměrně nízkou úhlovou rychlostí. Viskózní tlumení materiálu a vnější tlumení způsobené prouděním vzduchu ve vzduchové mezeře stroje jsou tedy považovány za nevýznamné. Rovněž konstrukční tlumení vznikající při deformaci mezi plechy jádra rotorového i statorového svazku v důsledku tření není ve výpočtovém modelu uvažováno. Jednak nejsou známy velikosti třecích sil a také empirické vyjádření konstrukčního tlumení je značně komplikované. Matice tlumení je tedy nulová.

V případě zkoumání vlivu magnetického tahu na modální vlastnosti řešeného stroje jsou pro magnetický tah zavedeny následující předpoklady:

1. Hodnota magnetického tahu není závislá na čase. Je tedy funkcí pouze nesymetrie vzduchové mezery.
2. Vektor magnetického tahu je orientován ve směru nejmenší tloušťky vzduchové mezery (tečná složka magnetického tahu není v tomto případě uvažována).
3. Hodnota magnetického tahu je lineárně závislá na nesymetrii vzduchové mezery.

Rovnici (5.1) lze potom zapsat následujícím způsobem

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{K}_{MT}\mathbf{q}(t), \quad (5.2)$$

kde \mathbf{K}_{MT} je matice magnetické tuhosti. Není-li v modální analýze vliv magnetického tahu uvažován je \mathbf{K}_{MT} nulová matice. Úpravou rovnice (5.2) obdržíme

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{MT})\mathbf{q}(t) = \mathbf{0}. \quad (5.3)$$

Rozšířením rovnice (5.3) o rovnici identity

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{0} \quad (5.4)$$

lze výpočtový model převést z prostoru zobecněných souřadnic do stavového prostoru

$$\overline{\mathbf{M}}\dot{\overline{\mathbf{q}}}(t) + \overline{\mathbf{K}}\overline{\mathbf{q}}(t) = \overline{\mathbf{0}}, \quad (5.5)$$

kde $\overline{\mathbf{q}}$ je stavový vektor

$$\overline{\mathbf{q}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

a $\overline{\mathbf{M}}$ a $\overline{\mathbf{K}}$ jsou rozšířené matice hmotnosti a tuhosti, které mají strukturu

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \omega\mathbf{G} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad \overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} - \mathbf{K}_{MT} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Pro rovnici (5.5) předpokládáme řešení ve tvaru

$$\overline{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{q}}_0 e^{\lambda t}, \quad (5.8)$$

kde $\overline{\mathbf{q}}_0$ je vektor neznámých amplitud a λ se nazývá vlastní číslo. Dosazením (5.8) do (5.5) obdržíme rovnici

$$(\lambda\overline{\mathbf{M}} + \overline{\mathbf{K}})\overline{\mathbf{q}}_0 = \overline{\mathbf{0}}. \quad (5.9)$$

Vlastní čísla řešené soustavy se pak vypočítají jako kořeny charakteristické rovnice dané frekvenčním determinanem

$$\det(\lambda\overline{\mathbf{M}} + \overline{\mathbf{K}}) = 0. \quad (5.10)$$

Protože matice $\overline{\mathbf{M}}$ a $\overline{\mathbf{K}}$ jsou obecně nesymetrické má soustava dvojí vlastní vektory. Pravostranné $\overline{\mathbf{v}}_i$, jež jsou řešením rovnice

$$(\lambda_i\overline{\mathbf{M}} + \overline{\mathbf{K}})\overline{\mathbf{v}}_i = \overline{\mathbf{0}} \quad (5.11)$$

a levostranné $\overline{\mathbf{w}}_i$, jež jsou řešením rovnice

$$\overline{\mathbf{w}}_i^T (\lambda_i\overline{\mathbf{M}} + \overline{\mathbf{K}}) = \overline{\mathbf{0}}. \quad (5.12)$$

V případě, že jsou matice $\overline{\mathbf{M}}$ a $\overline{\mathbf{K}}$ symetrické jsou pravostranné vlastní vektory rovny levostranným.

Při zpracování této kapitoly byly použity informační zdroje Brepta [9] a Zeman [85].

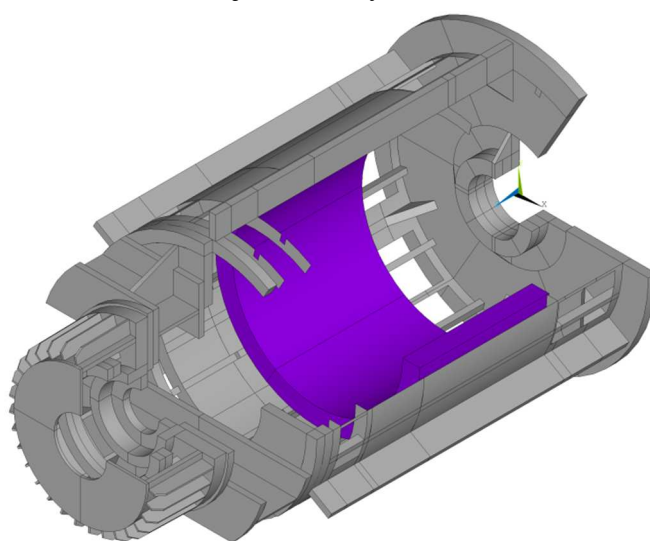
5.2. Modální analýza statoru stroje

Stator stroje se skládá z kostry, štítů a statorového svazku. Jádru statorového svazku je sestaveno z tenkých statorových plechů s drážkami pro uložení vinutí. Statorové plechy jsou pokryty vrstvou izolačního laku a slisovány do paketu. Statorové vinutí je v drážkách uloženo ve dvou vrstvách. Každou vrstvu tvoří osm měděných tyčí obdélníkového průřezu, které jsou od sebe navzájem izolovány vrstvou izolačního laku. Statorové vinutí je v drážce zalito pryskyřicí a zaklínováno. Statorový svazek je tedy značně komplikovaná struktura, tvoří více jak třetinu z celkové hmotnosti statoru a lze předpokládat, že svou tuhostí významně ovlivňuje tuhost celého statoru. V podélném směru tuhost statorového svazku závisí hlavně na míře slisování paketu. Tuhost statorového svazku v radiálním směru ovlivňují především tvar a rozměry drážek statorového vinutí. Mimo modálních vlastností řešeného statoru je v této kapitole také zkoumán vliv tuhosti statorového svazku na modální vlastnosti statoru.

5.2.1. Model geometrie statoru

Model geometrie statoru, uvedený na obrázku 5.1, doznal oproti skutečnosti několika zjednodušení. V první řadě nejsou v modelu zahrnuty některé prvky, jež nemají významný vliv na celkovou tuhost konstrukce. Jedná se především o některé úkoso a zaoblení, dále pak nejsou modelovány otvory v přírubě statoru, sloužící k ustavení stroje ve strojovně a některé další prvky: svorkovnice pro připojení generátoru k elektrické síti, kryty ventilačních otvorů a podobně.

Další zjednodušení se týkají statorového svazku. Detailní zpracování struktury statorového svazku ve výpočtovém modelu modálních vlastností řešeného stroje by bylo značně komplikované, proto byl použit zjednodušený výpočtový model statorového svazku, jenž byl prezentován v publikaci Dušek [17]. Tento výpočtový model statorový svazek modeluje jako dutý válec z homogenního izotropního lineárně pružného materiálu, jehož základní geometrické rozměry jsou shodné s původním statorovým svazkem. V obrázku 5.1 je statorový svazek zobrazen fialovou barvou.



Obr. 5.1: Model geometrie statoru.

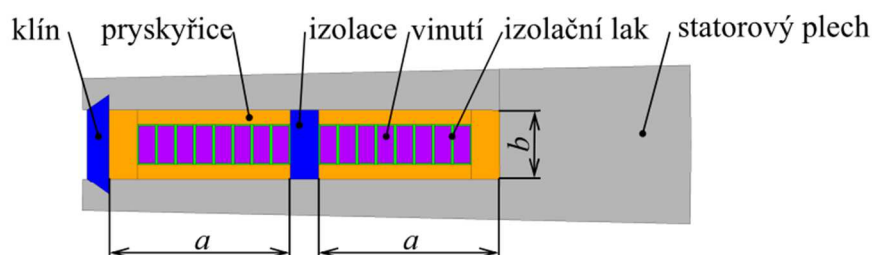
5.2.2. Model vlastností materiálu

Během provozu stroje jsou očekávány pouze malé deformace, při kterých nedochází k překročení meze kluzu materiálu. Vliv teploty na mechanické vlastnosti použitých materiálů není ve výpočtech uvažován. Kostra a štíty statoru jsou vyrobeny z konstrukční oceli. Pro tyto části statoru byl použit model vlastností materiálu předpokládající homogenní izotropní lineárně pružné chování materiálu. V konstitutivních vztazích popisujících chování takového materiálu vystupují tři parametry: modul pružnosti v tahu E , Poissonovo číslo μ a hustota ρ . E , μ i ρ konstrukční oceli jsou obecně známy a jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Model homogenního izotropního materiálu byl použit i pro náhradu statorového svazku. Tato náhrada je modelována z „fiktivního materiálu“. Pro který je nutné parametry E , μ a ρ určit. Poissonovo číslo nemá významný vliv na modální vlastnosti statorového svazku, proto zůstalo zachováno na typické hodnotě 0,3. Hustotu materiálu náhrady lze vypočítat snadno jako poměr hmotnosti skutečného statorového svazku a objemu náhrady. Modul pružnosti v tahu je potřeba určit tak aby modální vlastnosti náhrady statorového svazku byly co nejvíce blízké skutečnému statorovému svazku. Skutečný statorový svazek ale není k dispozici. Nelze tedy provést experimentální modální analýzu, jejíž výsledky by výrazně usnadnily odhad tohoto parametru. Pro určení modulu pružnosti v tahu byl tedy použit postup popsáný v Dušek [17], případně také Podzemný [55]. Tento postup je založený na výpočtové modální analýze. Nejprve byla provedena modální analýza dvojrozměrného výpočtového modelu statorového svazku s namodelovaným vinutím. Model geometrie má v tomto případě podobu periodicky se opakující struktury, jejíž jeden segment je uveden na obrázku 5.2. Chování jednotlivých materiálů statorového svazku bylo popsáno konstitutivními vztahy homogenního izotropního lineárně pružného materiálu. Parametry vystupující v těchto vztazích jsou pro jednotlivé materiály uvedeny v tabulce 5.1. Při výpočtu vlastních frekvencí statorového svazku a jeho náhrady nebyly použity žádné okrajové podmínky. První čtyři vypočítané nenulové vlastní frekvence a jim odpovídající vlastní tvary jsou uvedeny v obrázku 5.3. Poté byla provedena modální analýza výpočtového modelu náhrady statorového svazku. Model geometrie měl v tomto případě podobu mezikružní, jehož vnější a vnitřní průměr jsou shodné s průměry skutečného statorového svazku. Modul pružnosti náhrady statorového svazku byl iteračně hledán tak, aby první dvě vlastní frekvence náhrady byly co nejvíce blízké prvním dvěma vlastním frekvencím statorového svazku s namodelovaným vinutím. Pro vypočítané modul pružnosti jsou první čtyři vlastní frekvence náhrady statorového svazku a jim odpovídající vlastní tvary uvedeny v obrázku 5.4. Z porovnání vlastních frekvencí v obrázcích 5.4 a 5.3 je zřejmé, že ani pro třetí a čtvrtý vlastní tvar kmitání není odchylka vlastních frekvencí příliš významná, kdy vzniklá chyba je menší než 1,5 %. Parametry modelu vlastností materiálu náhrady statorového svazku jsou uvedeny v tabulce 5.2.

Použitím homogenního izotropního modelu vlastností materiálu dochází k určitému nadhodnocení tuhosti statorového svazku v podélném směru. Vrstevnatá struktura paketu statorových plechů dává tužit, že tuhosti statorového svazku

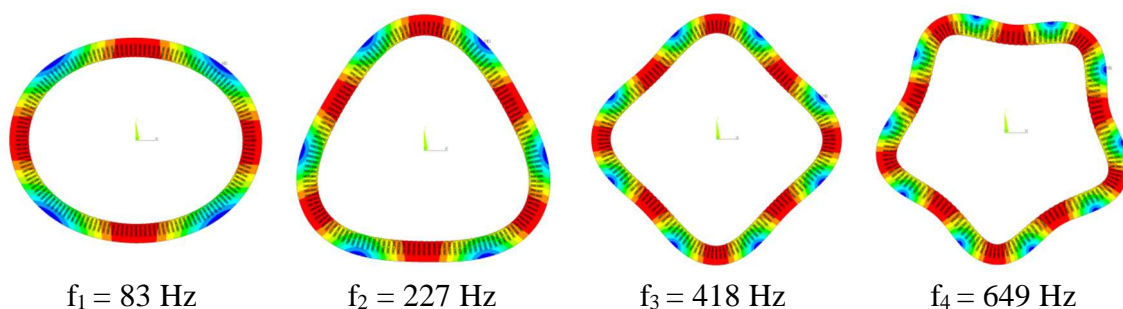
v radiálním a podélném směru jsou rozdílné. Z tohoto důvodu by bylo vhodnější použít ortotropní model materiálu. Pro určení parametrů takového materiálu by ale bylo nutné znát modální vlastnosti skutečného satorového svazku.



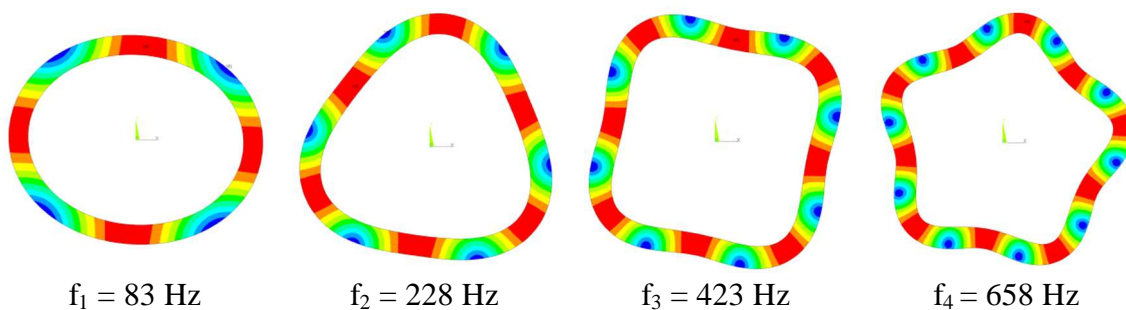
Obr. 5.2. Segment satorového svazku.

Tab. 5.1: Parametry modelu vlastností materiálu satorového svazku.

Součást	Materiál	E [Pa]	μ [-]	ρ [kg·m ⁻³]	Zdroj
Kostra, štíty	konstrukční ocel	$2,10 \cdot 10^{11}$	0,30	7850	-
Satorové plechy	M400-50A	$2,10 \cdot 10^{11}$	0,30	7650	[86]
Vinutí	měď	$1,20 \cdot 10^{11}$	0,35	8960	-
Izolační lak	Ultimeg 2000	$3,45 \cdot 10^9$	0,40	1090	[55]
Pryskyřice	Nomex E56	$2,46 \cdot 10^9$	0,40	670	[55]
Klíny, izolace	Sklotextit G11	$1,05 \cdot 10^{10}$	0,41	1900	[55]



Obr. 5.3 První čtyři vlastní tvary kmitání satorového svazku.



Obr. 5.4 První čtyři vlastní tvary kmitání náhrady satorového svazku.

Pomineme-li v obrázku 5.2 izolaci mezi první a druhou vrstvou vinutí, vyplňuje statorové vinutí přibližně 50 % z celkové plochy statorové drážky. Zbýlý prostor je vyplněn pryskyřicí Nomex E56, jejíž modul pružnosti je o dva řády nižší než modul pružnosti statorových plechů nebo materiálu vinutí. Lze tedy očekávat, že podíl pryskyřice na celkové výplni statorové drážky významně ovlivňuje celkovou tuhost statorového svazku. Z tohoto důvodu je provedena modální analýza nejen výpočtového modelu skutečného statoru, ale také statoru se statorovým svazkem, u kterého pryskyřice zabírá 40 a 60 % z celkové plochy statorové drážky. Rozměry statorových drážek jsou v těchto případech stanoveny podle následující úvahy: rozměr statorového vinutí je neměnný. Měnit lze pouze rozměry sektoru vyhrazeného pro jednu vrstvu vinutí. V obrázku 5.2 jsou tyto rozměry označeny jako a a b , přičemž poměr délky úseku a k délce úseku b zůstává zachován. Rozměry úseků a a b jsou pro jednotlivé řešené varianty uvedeny v tabulce 5.2.

Tab. 5.2: Parametry náhrady statorového svazku.

Podíl pryskyřice na výplni statorové drážky [%]	a [mm]	b [mm]	E [Pa]	μ [-]	ρ [kg·m ⁻³]
40	28,2	10,6	$3,4 \cdot 10^{10}$	0,3	6667
50	31,3	11,8	$2,8 \cdot 10^{10}$	0,3	6227
60	34,5	13,0	$2,5 \cdot 10^{10}$	0,3	5843

5.2.3. Diskretizace modelu geometrie

K diskretizaci pláště statoru stroje byl použit skořepinový čtyřuzlový prvek SHELL181. Ostatní části statoru byly diskretizovány objemovým osmiuzlovým prvkem SOLID185. Diskretizace modelu geometrie byla provedena s ohledem na rovnoměrnost hustoty sítě.

5.2.4. Model vazeb

Generátor je ve strojovně ustaven ve svislé poloze. Spojení příruby statoru se základní deskou je provedeno dvanácti šroubovými spoji. O tomto spojení bylo předpokládáno, že je výrazně tužší než ostatní části konstrukce stroje. Spojení statoru generátoru se základní deskou bylo modelováno předepsáním nulových posuvů a natočení, ve směru všech tří os kartézského souřadného systému, do uzlových bodů ležících na styčné ploše příruby.

5.2.5. Výpočet

S ohledem na významné harmonické složky magnetických sil, které působí na statorový a rotorový svazek stroje byly hledány vlastní frekvence statoru v intervalu 0 až 1000 Hz. Globální matice soustavy vytvořeného výpočtového modelu jsou symetrické. K výpočtu vlastních frekvencí a vlastní tvarů kmitání byl použit řešič Block Lanczos, který je vhodný pro výpočet vlastních čísel a vlastních vektorů rozsáhlých soustav a to i případě kdy je model geometrie diskretizován kombinací objemových a skořepinových prvků.

5.2.6. Výsledky

Ve zkoumaném frekvenčním rozsahu 0 až 1000 Hz se vyskytuje přibližně 80 vlastních frekvencí statoru stroje. Většina vlastních tvarů má lokální charakter, kdy kmitá pouze malá část struktury statoru stroje. Například plechy tvořící opláštění statoru, kryt ložiskového stojanu, přepážka mezi ventilačními otvory v plášti statoru a podobně. Tyto vlastní tvary jsou z hlediska omezení funkčnosti stroje nevýznamné, a proto nejsou dále uvažovány. Rovněž nejsou uvažovány vlastní tvary, při nichž stator kmitá v podélném směru, protože vektory magnetických sil působících na statorový a rotorový svazek leží v rovinách kolmých na střednici rotoru. Pravděpodobnost, že by při provozu stroje došlo k vybuzení podélně kmitajícího vlastního tvaru je tedy malá. V tabulce 5.3 jsou uvedeny vypočítané frekvence vlastních tvarů, jejichž vybuzení v průběhu provozu stroje by mohlo významně omezit nebo znemožnit funkci stroje. Pro každý vlastní tvar jsou uvedeny tři vlastní frekvence. Každá odpovídá jinému podílu pryskyřice na výplni statorové drážky. V prvním sloupci jsou uvedeny vlastní frekvence statoru v případě, kdy pryskyřice vyplňuje 40 % objemu statorové drážky. V druhém sloupci jsou uvedeny vlastní frekvence statoru v případě, že pryskyřice vyplňuje 50 % objemu statorové drážky. V třetím sloupci jsou uvedeny vlastní frekvence v případě, že pryskyřice vyplňuje 60 % objemu drážky.

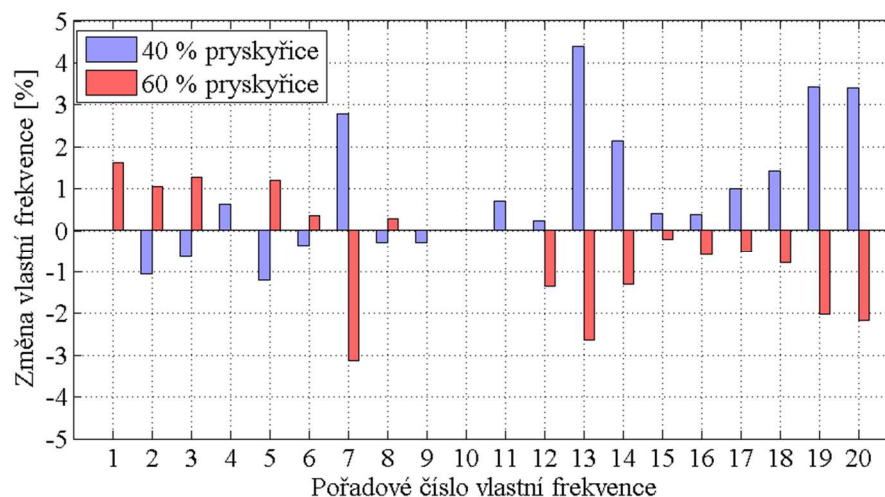
Tab. 5.3: Vlastní frekvence statoru.

Pořadové číslo	Vlastní frekvence [Hz]		
	40 %	50 %	60 %
1	62	62	63
2	93	94	95
3	157	158	160
4	162	161	161
5	165	167	169
6	283	284	285
7	295	287	278
8	345	346	347
9	362	363	363
10	379	379	379

Pořadové číslo	Vlastní frekvence [Hz]		
	40 %	50 %	60 %
11	435	432	432
12	445	444	438
13	474	454	442
14	475	465	459
15	502	500	499
16	520	518	515
17	604	598	595
18	641	632	627
19	664	642	629
20	669	647	633

Změna vlastních frekvencí statorového svazku v závislosti na podílu pryskyřice na výplni statorové drážky, je pro jednotlivé vlastní frekvence graficky znázorněna na obrázku 5.4. Porovnání je vztaženo k variantě, kdy pryskyřice vyplňuje 50 % objemu statorové drážky, protože tato varianta by měla nejvíce odpovídat skutečnému statorovému svazku. Jak známo, vlastní frekvence jsou závislé na poměru hmotnosti a tuhosti konstrukce. Pryskyřice Nomex E56 je v porovnání s elektrotechnickou ocelí nebo mědí nejen výrazně poddanější ale také lehčí. Proto dojde-li k zvětšení plochy statorové drážky, nesníží se tím jenom tuhost statorového svazku ale také jeho

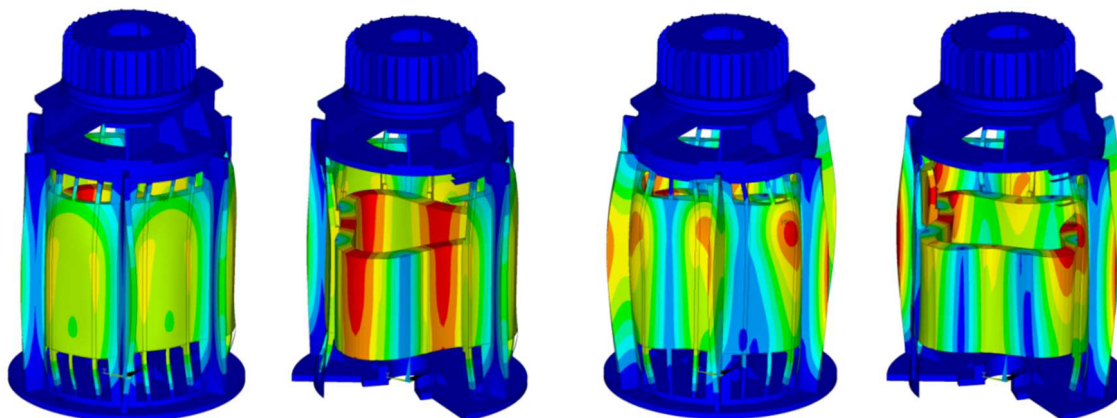
hmotnost. To je důvod proč u vlastních frekvencí s pořadovými čísly 1, 2, 3, 5, 6 a 8 dochází ke zvýšení vlastních frekvencí i když poklesne tuhost satorového svazku.



Obr. 5.4 Změna vlastních frekvencí v závislosti na množství pryskyřice ve satorové drážce v porovnání s variantou výplně drážek 50 % pryskyřice.

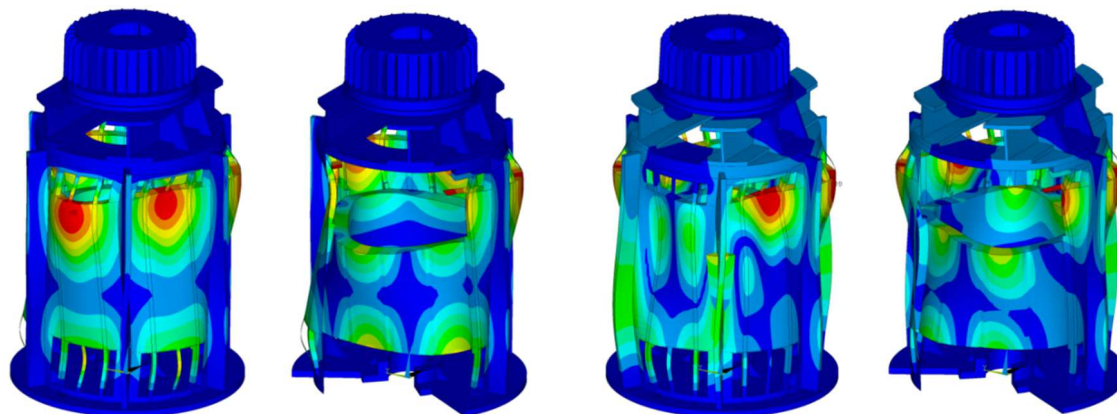
Změna vlastních frekvencí satoru v důsledku zvýšení nebo snížení podílu pryskyřice na výplni satorové drážky o 10 % nemá u zkoumaného stroje příliš významný vliv na celkovou tuhost satoru zkoumaného stroje. Změny vlastních frekvencí jsou menší než 5 %. Tuhost satorového svazku má největší vliv na vlastní frekvence s pořadovými čísly 7, 13, 14, 18, 19 a 20. Tvary kmitání, které odpovídají těmto vlastním frekvencím, jsou uvedeny na obrázku 5.5. Podle očekávání je pro všechny tyto vlastní tvary společné, že dochází k významnému kmitání satorového svazku. U vlastního tvaru s pořadovým číslem 7 se kruhový průřez satorového svazku deformuje na trojúhelníkový, oba konce satorového svazku kmitají ve fázi. Při 13. vlastním tvaru se kruhový průřez satorového svazku deformuje na čtyřúhelníkový, oba konce satorového svazku kmitají ve fázi. Při 14. vlastním tvaru se kruhový průřez satorového svazku deformuje na trojúhelníkový, tentokrát však oba konce satorového svazku nekmitají společně ve fázi, ale deformované tvary obou konců satorového svazku jsou vůči sobě natočeny o 60°. Při 18. vlastním tvaru se průřez satorového svazku deformuje do čtyřúhelníkového tvaru. Oba konce satorového svazku opět nekmitají soufázně, ale deformované tvary konců satorového svazku jsou vzájemně natočeny o 45°. Při 19. a 20. vlastním tvaru se kruhový průřez satorového svazku deformuje na pětiúhelníkový tvar, oba konce satorového svazku přitom kmitají společně ve fázi. Ostatní vlastní frekvence satoru tuhost satorového svazku příliš neovlivní. Vlastní tvary s pořadovými čísly 1, 3, 5, 8, 9, 10, 12, 16 a 17 mají charakter ohybového kmitání kostry satoru v rovinách kolmých na přírubu satoru. Vlastní tvary s pořadovými čísly 2, 6 a 15 mají charakter torzního kmitání satoru. Tuhost satorového svazku rovněž významně neovlivní ani frekvence vlastních tvarů satoru s pořadovými

číslu 4 a 11, při kterých se kruhový průřez statorového svazku deformuje na oválný. U vlastního tvaru s pořadovým číslem 4 kmitají oba konce statorového svazku společně ve fázi. U vlastního tvaru s pořadovým číslem 11 jsou deformované tvary konců statorového svazku vzájemně natočeny o 90° .



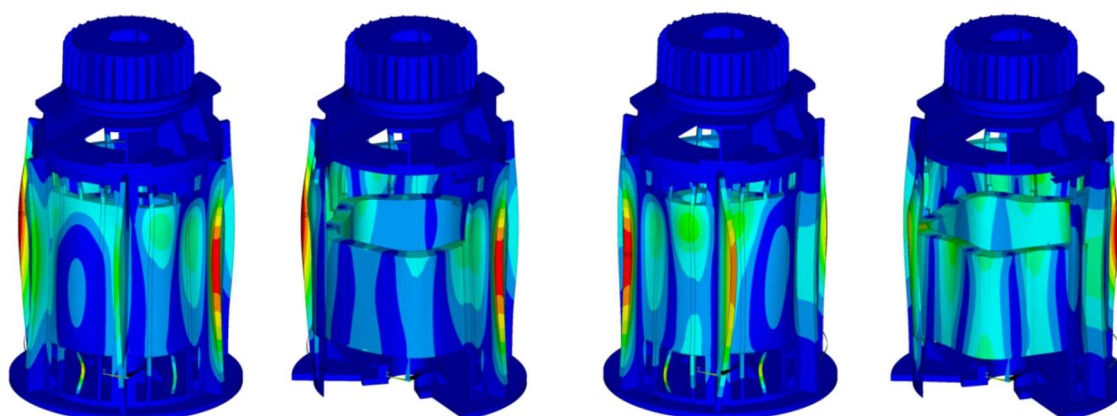
7. vlastní tvar

13. vlastní tvar



14. vlastní tvar

18. vlastní tvar



19. vlastní tvar

20. vlastní tvar

Obr. 5.5 Vybrané vlastní tvary kmitání statoru.

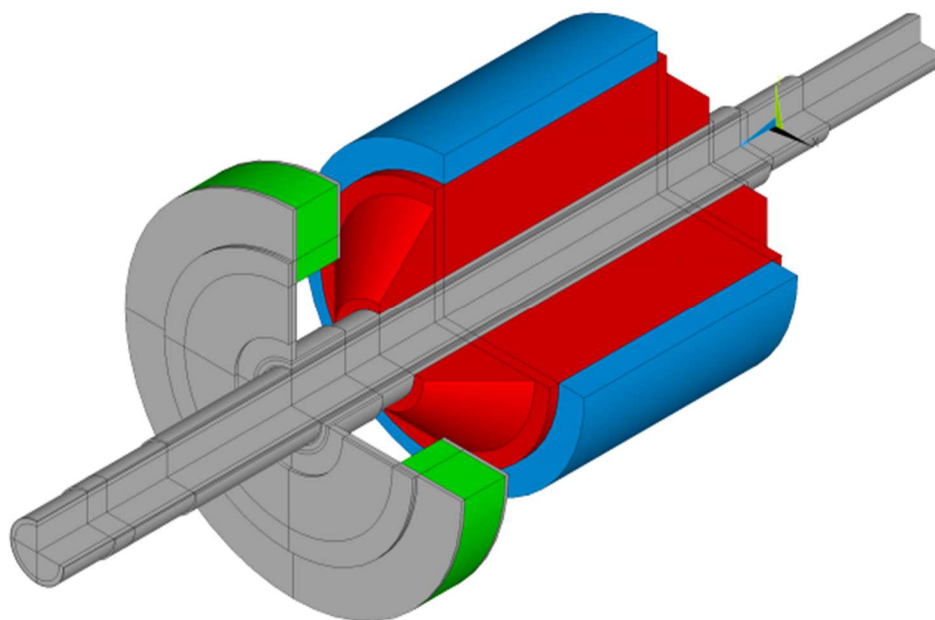
5.3. Modální analýza rotoru stroje

Rotor stroje je sestaven z hřídele s žebry pro uložení rotorového svazku, rotorového svazku a ventilátoru. Rotorový svazek má podobnou strukturu jako svazek statorový. Jádrem rotorového svazku je složeno z tenkých plechů, které v sobě mají drážky pro uložení rotorového vinutí. Plechy rotorového svazku jsou od sebe elektricky izolovány vrstvou izolačního laku a jsou slisovány do paketu. V drážkách paketu je uloženo a zalito pryskyřicí rotorové vinutí. Rotorové vinutí tvoří měděné tyče obdélníkového průřezu. V každé drážce je pouze jedna tyč. Konce tyčí jsou vzájemně propojeny zkratovacími kruhy.

Jak již bylo několikrát zmíněno, v případě nesymetrie vzduchové mezery působí na rotor stroje magnetický tah. Čím větší je nesymetrie vzduchové mezery, tím větší je i magnetický tah. Závislost magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery se projevuje změnou některých vlastních frekvencí rotoru. Analýza vlivu magnetického tahu na modální vlastnosti rotoru je předmětem této kapitoly.

5.3.1. Model geometrie rotoru

Model geometrie rotoru je uveden na obrázku 5.6. Zahrnutí gyroskopických účinků na otáčející se rotor vyžaduje, aby byl model geometrie rotoru rotačně symetrický. Z tohoto důvodu jsou žebra mezi hřídelí rotoru a rotorovým svazkem nahrazena válcovým tělesem, jehož profil vzhledem k ose otáčení rotoru je totožný s profilem původních žebor. Rotorový svazek a soustava lopatek ventilátoru jsou modelovány jako duté válce. V obrázku 5.6 je náhrada žebor vykreslena červeně, náhrada rotorového svazku modře a náhrada lopatek ventilátoru zeleně.



Obr. 5.6 Model geometrie rotoru.

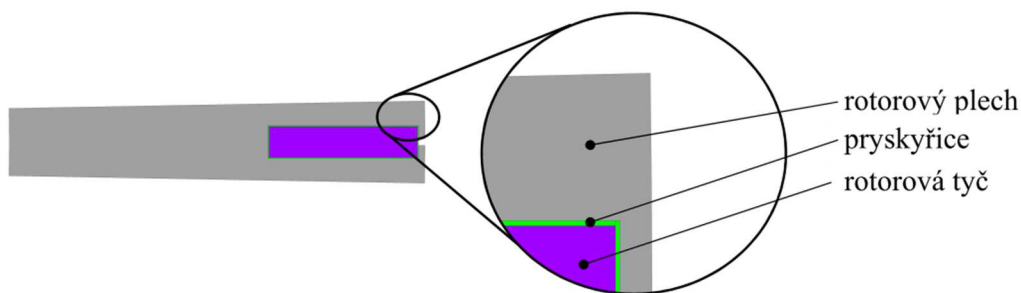
5.3.2. Model vlastností materiálu

Stejně jako v případě statoru jsou pro rotor použity konstitutivní vztahy, které popisují homogenní izotropní lineárně pružné chování materiálu. Hodnoty parametrů, které v konstitutivních vztazích vystupují, jsou pro jednotlivé materiály uvedeny v tabulce 5.4. Hřídel a části ventilátoru, které jsou v obrázku 5.6 vykresleny šedou barvou, jsou vyrobeny z oceli. Z oceli jsou rovněž vyrobena žebra rotoru a lopatky ventilátoru. V důsledku použití rotačně symetrických náhrad těchto součástí je ale potřeba určit parametry konstitutivních vztahů tak, aby modální vlastnosti náhrad byly co nejvíce podobné modálním vlastnostem skutečných součástí. To samé platí i pro rotorový svazek.

Hustoty a Poissonova čísla materiálů všech použitých náhrad byla stanovena stejným způsobem jako v případě náhrady statorového svazku. Postup výpočtu modulu pružnosti materiálů náhrad se liší podle charakteru původní součásti, proto je pro každou náhradu popsán samostatně.

Modul pružnosti v tahu náhrady rotorového svazku

Postup výpočtu modulu pružnosti v tahu materiálu náhrady rotorového svazku je identický s postupem použitým pro materiál náhrady statorového svazku. Dvojměrný model geometrie jednoho segmentu rotorového svazku s namodelovaným vinutím je uvedený na obrázku 5.7. Z tohoto obrázku je mimo jiné zřejmé, že podíl pryskyřice na výplni drážky rotorového vinutí je oproti statorovému svazku výrazně menší. V tomto případě je to méně, než 6,5 %. Nízký podíl pryskyřice na výplni drážky rotorového vinutí se projeví i na celkové tuhosti rotorového svazku. Vypočítaný modul pružnosti náhrady rotorového svazku je uvedený v tabulce 5.4. Hodnota modulu pružnosti v tahu náhrady rotorového svazku je přibližně pětikrát vyšší než hodnota modulu pružnosti v tahu náhrady statorového svazku.

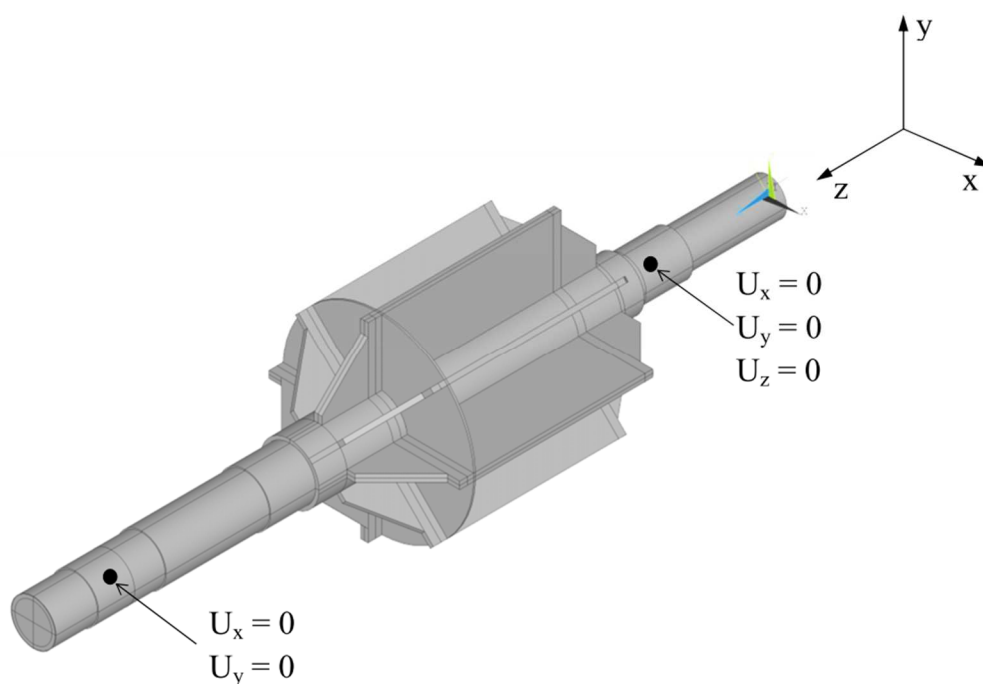


Obr. 5.7. Segment rotorového svazku.

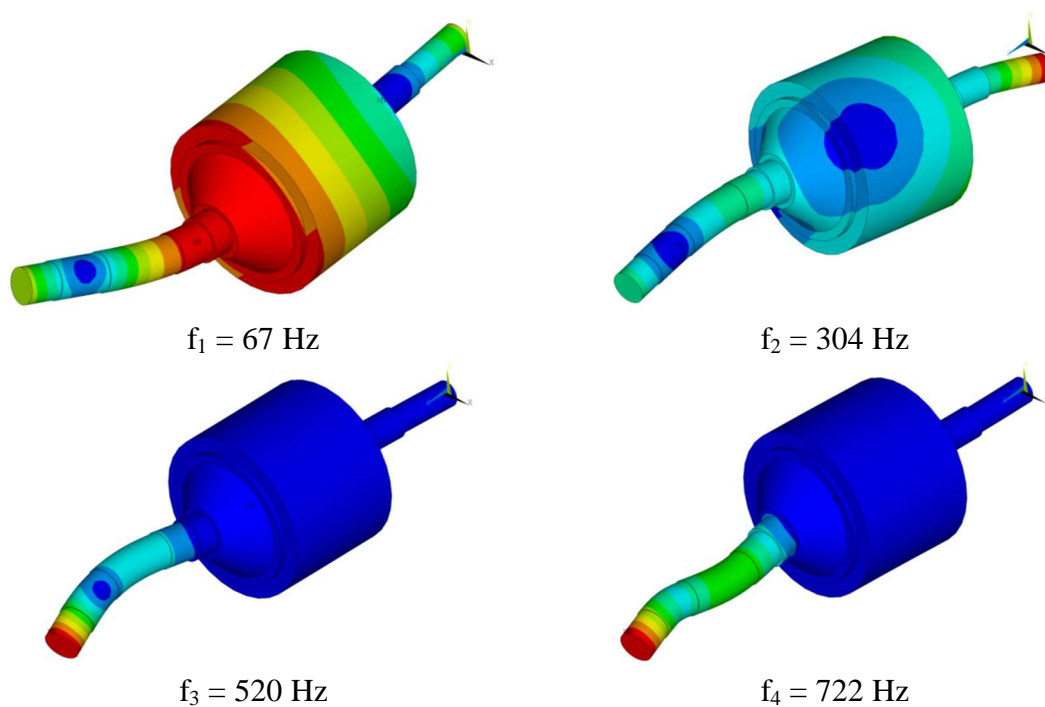
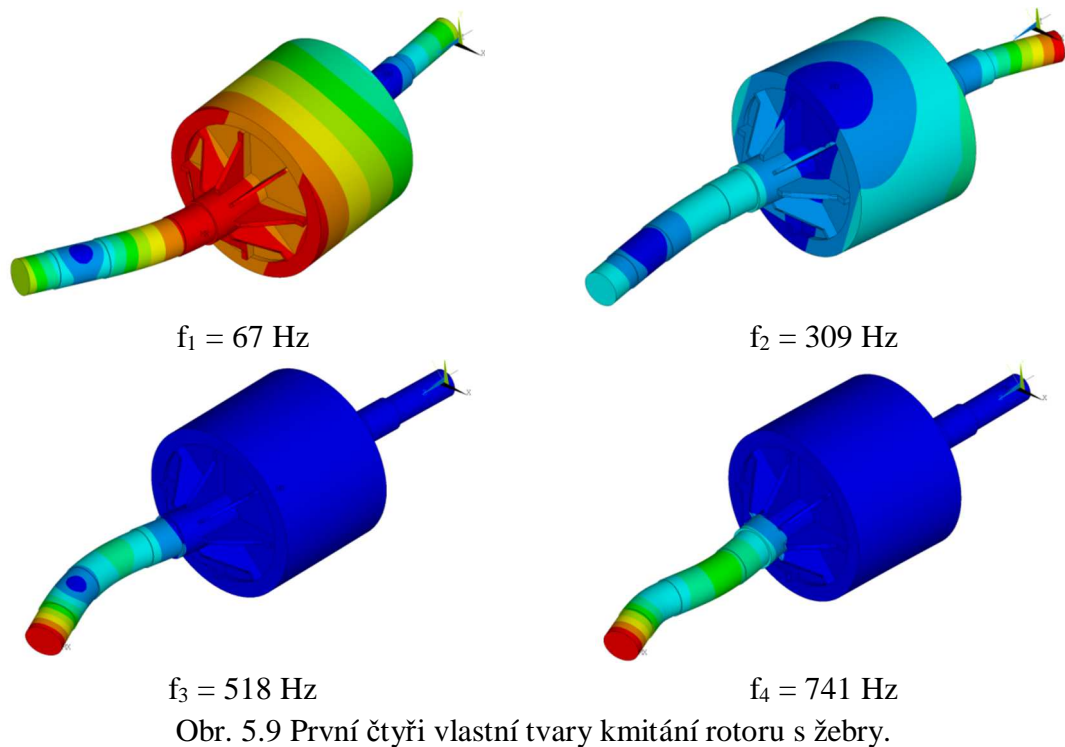
Modul pružnosti v tahu materiálu náhrady žebér hřídele

Žebra mezi hřídelí rotoru a rotorovým svazkem jsou tvořena plechy, přivařenými k povrchu hřídele. Soustava osmi žebér, jejichž uspořádání je zřejmé z obrázku 5.8, vytváří plochu pro uložení rotorového svazku a zvyšují ohybovou tuhost hřídele. Při výpočtu modulu pružnosti v tahu materiálu náhrady žebér byl použit model geometrie sestávající se z hřídele, žebér, respektive jejich náhrady a náhrady rotorového svazku.

V obrázku 5.8 je také naznačený model uložení rotoru. Bylo uvažováno tuhé uložení rotoru. V uzlovém bodu ležícím na střednici hřídele rotoru v místě ložiskového stojanu příruby generátoru byla definována pevná podpora. V uzlovém bodu ležícím na střednici hřídele rotoru v místě ložiskového stojanu horního štítu byla okrajovými podmínkami definovaná posuvná podpora. Při výpočtech vlastních tvarů a vlastních frekvencí rotoru s žebry nebyly uvažovány gyroskopické účinky působící na rotor, protože rotor s žebry není rotačně symetrická struktura. Modul pružnosti v tahu náhrady žebí rotoru byl hledán tak, aby první dvě vlastní frekvence ohybového kmitání rotoru s náhradou žebí byly co nejvíce blízké prvním dvěma vlastním frekvencím ohybového kmitání rotoru s žebry. Na obrázcích 5.9 a 5.10 jsou uvedeny první čtyři vlastní tvary ohybového kmitání hřídele rotoru s žebry a rotoru s náhradou žebí a jím odpovídající vlastní frekvence. Vypočítaná hodnota modulu pružnosti v tahu náhrady žebí rotoru je uvedena v tabulce 5.4.



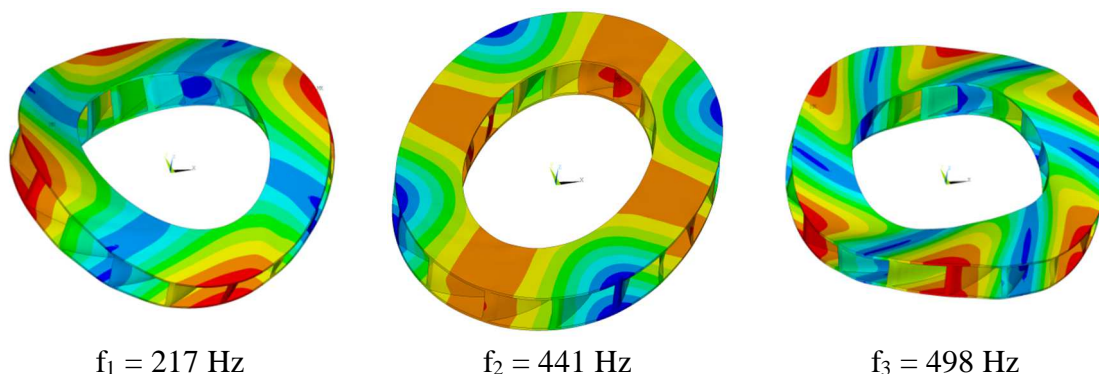
Obr 5.8 Hřídel rotoru.



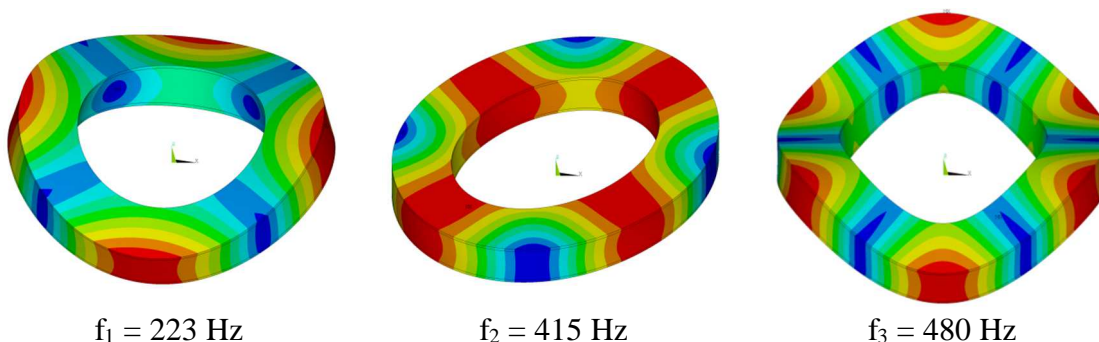
Modul pružnosti v tahu materiálu náhrady lopatek oběžného kola ventilátoru

Oběžné kolo ventilátoru je vyrobené z oceli. Podobně jako v předchozích případech byla nejprve provedena modální analýza výpočtového modelu oběžného kola s lopatkami. Použitý model geometrie je zřejmý z obrázku 5.11. Při výpočtech vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání bylo oběžné kolo řešeno jako volná struktura.

Vypočítané první tři vlastní tvary oběžného kola a jim odpovídající vlastní frekvence jsou uvedeny v obrázku 5.11. Následně byla provedena modální analýza výpočtového modelu oběžného kola ventilátoru s rotačně symetrickou náhradou lopatek, přičemž byl modul pružnosti materiálu náhrady lopatek hledán, tak aby první dvě vlastní frekvence oběžného kola s náhradou lopatek byly co nejvíce blízké prvním dvěma vlastním frekvencím oběžného kola s lopatkami. Na obrázku 5.12 jsou znázorněny první tři vlastní tvary kmitání oběžného kola s náhradou lopatek a jim odpovídající vlastní frekvence. Z porovnání obrázků 5.11 a 5.12 je zřejmé, že poloha lopatek ovlivňuje hodnotu vlastní frekvence i podobu vlastních tvarů kmitání oběžného kola. Na druhou stranu cílem práce je řešit kmitání rotoru jako celku, které modální vlastnosti ventilátoru významně neovlivňují. Vypočítaný modul pružnosti náhrady lopatek oběžného kola je uveden v tabulce 5.4.



Obr. 5.11 První tři vlastní tvary kmitání oběžného kola ventilátoru s lopatkami.



Obr. 5.12 První tři vlastní tvary kmitání oběžného kola ventilátoru s rotačně symetrickou náhradou lopatek.

Tab. 5.4: Parametry modelu vlastností materiálu výpočtového modelu generátoru.

Součást	Materiál	E [Pa]	μ [-]	ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]
Hřídel rotoru	konstrukční ocel	$2,10 \cdot 10^{11}$	0,30	7850
Náhrada rotorového svazku	-	$1,30 \cdot 10^{11}$	0,30	7762
Náhrada lopatek oběžného kola	-	$1,50 \cdot 10^9$	0,30	940
Náhrada žeber rotoru	-	$3,00 \cdot 10^{10}$	0,30	1041

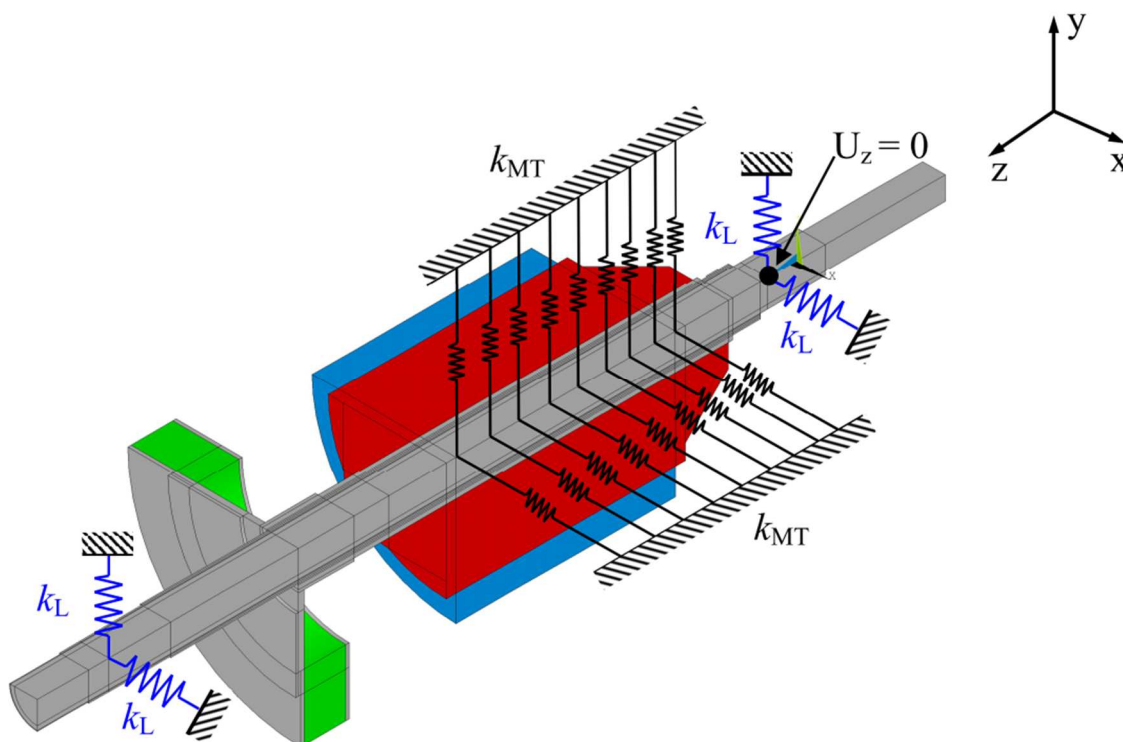
5.3.3. Diskretizace modelu geometrie

K diskretizaci modelu geometrie rotorové soustavy byl použit objemový osmiuzlový prvek SOLID185. Diskretizace modelu geometrie byla provedena s ohledem na rovnoměrnost hustoty sítě.

5.3.4. Model vazeb

Model uložení rotoru v kostře generátoru

Mechanická vazba mezi statorem a rotorem stroje je realizována dvěma valivými ložisky. V přírubě statoru je uloženo radiálně axiální ložisko. Ve štítu na opačném konci statoru je uloženo radiální ložisko. Radiální tuhost těchto ložisek je dle poskytnuté dokumentace $7,855 \cdot 10^8 \text{ N/m}$. Uložení rotoru v kostře generátoru bylo modelováno soustavou pružin v místě ložiskových stojanů, což je naznačeno na obrázku 5.13 modrými pružinami k_L . Tyto pružiny byly v systému ANSYS realizovány prvkem COMBIN14. Jeden konec prvku COMBIN14 je vždy připojen k uzlovému bodu na střednici rotoru, druhý konec je vetknut v prostoru. U radiálně axiálního ložiska bylo navíc příslušnému uzlovému bodu na střednici rotoru předepsáno nulové posunutí v axiálním směru.



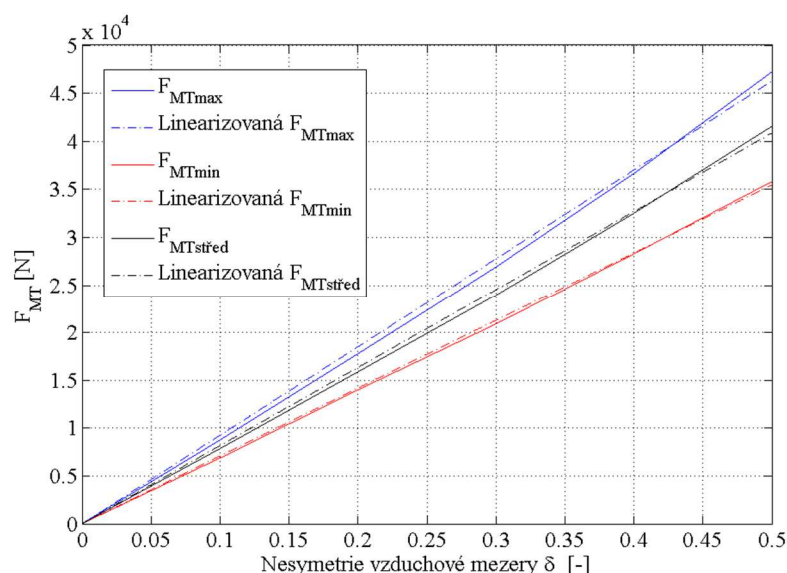
Obr. 5.13 Uložení rotoru v kostře generátoru.

Model zatížení rotoru magnetickým tahem

Zatížení rotorového svazku magnetickým tahem, který vytváří magnetické síly v případě nesymetrie vzduchové mezery, je modelováno soustavou devíti bloků pružin. Tyto pružiny jsou v obrázku 5.13 znázorněny černě. Každý blok tvoří dvě na sebe navzájem kolmé pružiny. Specifickou vlastností těchto pružin je záporná hodnota

tuhosti, neboť s narůstající nesymetrií vzduchové mezery má magnetický tah snahu soustavu ještě více vychýlit z rovnovážné polohy. Tuhost těchto pružin byla stanovena na základě výsledků prezentovaných v kapitole 4. Z obrázku 4.13a) je zřejmé, že při konstantní hodnotě nesymetrie vzduchové mezery není hodnota magnetického tahu konstantní, ale mění se v čase v závislosti na natočení rotoru vzhledem ke statoru. Z tohoto důvodu byly sestaveny tři křivky popisující závislost magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery, obrázek 5.14. Křivka označená jako F_{MTmax} popisuje závislost maximálních hodnot magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery. Křivka F_{MTmin} popisuje závislost minimálních hodnot magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery. A křivka $F_{MTstřed}$ popisuje závislost středních hodnot magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery. Ve všech třech případech jsou závislosti magnetického tahu na nesymetrii vzduchové mezery pouze slabě nelineární. Vliv syčení jádra statorového a rotorového svazku na velikost magnetické indukce ve vzduchové mezeře je tedy v případě řešeného stroje nevýznamný. K výpočtu magnetických tuhostí pružin k_{MT} byla použita metoda přímé linearizace, jejíž popis je uveden například v Kratochvíl [39]. Vypočítané magnetické tuhosti jsou uvedeny v tabulce 5.5.

Ve výpočtovém modelu jsou pružiny modelu magnetického tahu, stejně jako u modelu uložení rotoru, realizovány prvkem COMBIN14. Jeden konec prvku COMBIN14 je vždy přichycen k příslušnému uzlovému bodu střednice rotoru, druhý konec prvku je vetknut v prostoru. Protože jsou jednotlivé bloky pružin řazeny paralelně, byla každému prvku předepsána tuhost odpovídající jedné devítině z vypočítané celkové tuhosti k_{MTmax} , $k_{MTstřed}$ nebo k_{MTmin} .



Obr. 5.14 Závislost magnetického tahu na parametru nesymetrie vzduchové mezery δ .

Tab. 5.5: Magnetické tuhosti pro různé hodnoty parametru nesymetrie vzduchové mezery δ

Parametr	Hodnota [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$]
k_{MTmax}	$-7,11 \cdot 10^7$
k_{MTmin}	$-5,91 \cdot 10^7$
$k_{\text{MTstřed}}$	$-6,81 \cdot 10^7$

5.3.5. Výpočet

Vytvořený výpočtový model obsahuje antisymetrickou matici gyroskopických účinků působících na rotor. V takových případech k výpočtu vlastních čísel a jim odpovídajícím vlastním tvarům systém ANSYS nabízí řešiče DAMP a QRDAMP [2]. V tomto případě byl upřednostněn řešič QRDAMP, který v porovnání s řešičem DAMP u výpočtových modelů s velkým počtem stupňů volnosti dosahuje výrazně kratších výpočtových časů, protože při řešení provádí modální redukci řešené soustavy, zatím co při použití řešiče DAMP k redukci počtu stupňů volnosti řešené úlohy nedochází.

Stejně tak jako u statoru byly hledány vlastní frekvence rotorové soustavy v intervalu 0 až 1000 Hz. Aby mohl být určen vliv magnetického tahu na modální vlastnosti řešeného stroje, byly počítány vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání stroje jak s uvažováním vlivu magnetického tahu tak i bez něj.

5.3.6. Výsledky

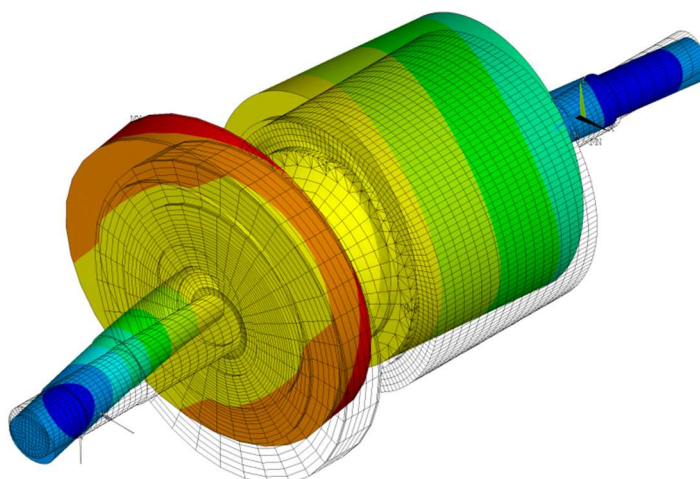
Ve zkoumaném frekvenčním rozsahu 0 až 1000 Hz se nachází přibližně dvacet vlastních frekvencí řešené rotorové soustavy. Zhruba polovina těchto vlastních frekvencí souvisí s kmitáním ventilátoru stroje. Analýza modálních vlastností ventilátoru stroje není předmětem této práce, proto nejsou tyto frekvence dále uvažovány. V tabulce 5.6 jsou vypsány vlastní frekvence, které souvisí s kmitáním hřídele rotoru. U každého vlastního tvaru jsou v tabulce uvedeny čtyři vlastní frekvence, každá přísluší jiné hodnotě magnetické tuhosti. Z tabulky 5.6 je zřejmé, že magnetický tah má významný vliv pouze na první vlastní frekvenci rotoru. Tvar kmitání rotoru při první vlastní frekvenci je znázorněn na obrázku 5.15. Při tomto vlastním tvaru dochází k jednoduchému ohýbání rotoru mezi ložisky. Černé čáry v obrázku 5.15 představují obrysy nedeformovaného tvaru rotorové soustavy. V důsledku působení magnetického tahu dochází ke snížení první vlastní frekvence přibližně o 8 %. Jestli bude při výpočtu vlastních frekvencí použita hodnota magnetické tuhosti k_{MTmax} , $k_{\text{MTstřed}}$ nebo k_{MTmin} nemá na vlastní frekvence rotorové soustavy významný vliv. U vyšších vlastních tvarů je vliv magnetického tahu na hodnotu vlastní frekvence v řádu desetin Hertze a je tedy nevýznamný.

Analýza vlivu tuhosti statorového svazku na modální vlastnosti statoru ukázala, že změna modulu pružnosti v tahu materiálu náhrady statorového svazku nejvíce ovlivní vlastní frekvence, při kterých dochází k vybuzení některého vlastního tvaru náhrady statorového svazku. Ve výpočtovém modelu modálních vlastností rotorové soustavy byla žebra mezi hřídeli a rotorovým svazkem nahrazena rotačně symetrickým tělesem.

Parametry modelu vlastností materiálu byly sice určeny tak aby ohybová tuhost rotoru s náhradou žebor odpovídala ohybové tuhosti rotoru s žebry, v důsledku použití náhrady žebor byla ale významně ovlivněna radiální tuhost rotorového svazku, protože rotorový svazek již není podepřen jen na osmi krátkých úsecích ale po celém obvodu. Z tohoto důvodu není vliv tuhosti rotorového svazku na modální vlastnosti rotoru v této práci zkoumán.

Tab. 5.6: Vlastní frekvence rotoru pro různé hodnoty magnetické tuhosti.

Pořadové číslo	Vlastní frekvence [Hz]			
	Bez mag. tahu	k_{MTmax}	$k_{MTstřed}$	k_{MTmin}
1	51	47	47	46
2	134	133	133	133
3	257	257	257	257
4	335	335	335	335
5	407	407	407	407
6	917	917	917	917



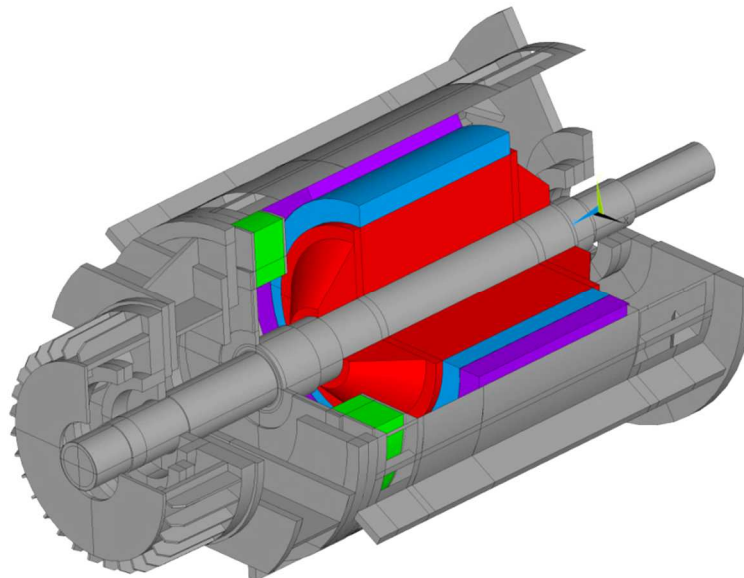
Obr. 5.15 První vlastní tvar kmitání rotoru.

5.4. Modální analýza soustavy stator - rotor

Modální analýza samostatného statoru stroje nebo samostatného rotoru byla v odborných publikacích popsána mnohokrát. Studie vlivu spojení statoru s rotorem na modální vlastnosti těchto dvou základních konstrukčních celků točivého elektrického však dosud prezentována nebyla. Mechanická i elektromagnetická vazba mezi státorem a rotorem ovlivní tuhost a hmotnost řešené struktury. Lze tedy očekávat, že v důsledku spojení statoru s rotorem dojde ke změně některých vlastních frekvencí jak statoru, tak i rotoru stroje. Předmětem této kapitoly je analýza vlivu mechanické a elektromagnetické vazby na modální vlastnosti řešeného točivého elektrického stroje.

5.4.1. Model geometrie generátoru

Model geometrie generátoru uvedený na obrázku 5.16 vznikl sloučením modelu geometrie statoru a modelu geometrie rotoru stroje.



Obr. 5.16 Model geometrie generátoru.

5.4.2. Model vlastností materiálu

Model vlastností materiálů rotorové soustavy je shodný s modelem použitým při modální analýze rotoru stroje. Stejně tak model vlastností materiálů použitých v konstrukci statoru je identický s model vlastností materiálu popsáným při modální analýze statoru stroje. Pro náhradu statorového svazku byly použity hodnoty parametrů E , μ a ρ , které odpovídají 50 % podílu pryskyřice na výplni statorové drážky.

5.4.3. Diskretizace modelu geometrie

Pro výpočet jsou použity sítě konečných prvků vytvořené při diskretizaci modelu geometrie statoru a modelu geometrie rotoru.

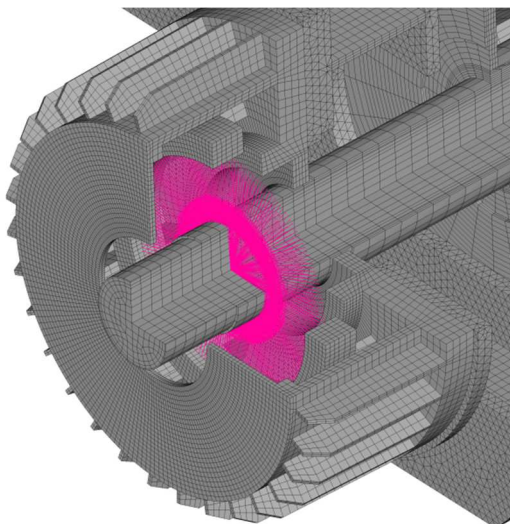
5.4.4. Model vazeb

Spojení příruby statoru se základní deskou je modelováno stejným způsobem jako při modální analýze statoru stroje.

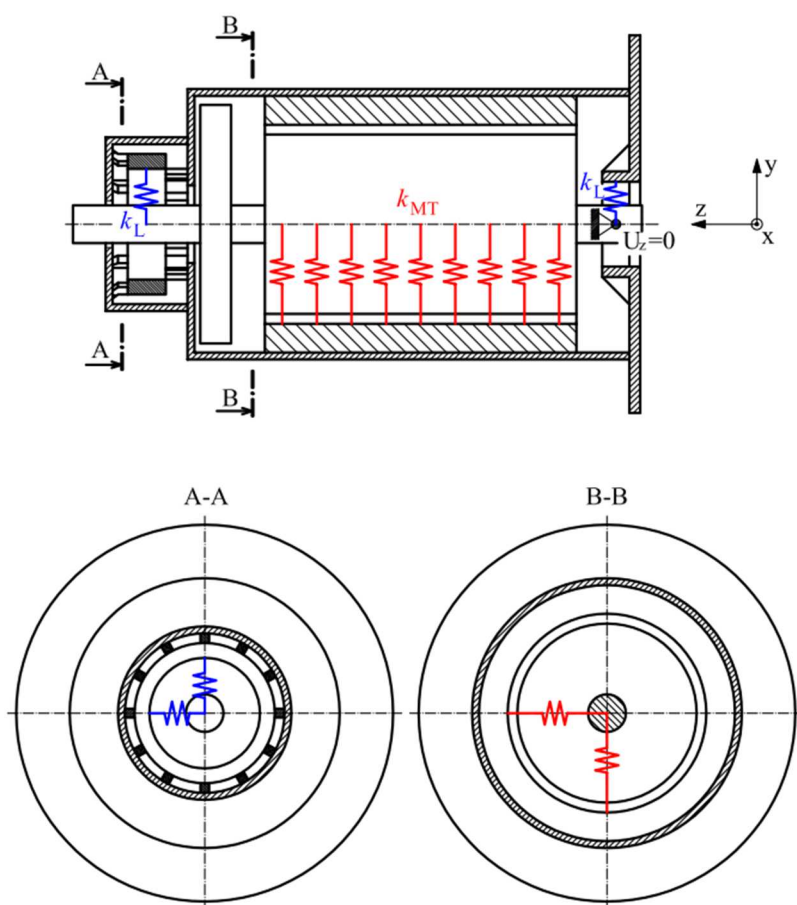
Model uložení rotoru v kostře generátoru je naznačen na obrázku 5.17. V místě obou ložiskových lůžek byl na střednici statoru vytvořen uzlový bod. Tento uzlový bod byl tuhými prutovými elementy LINK180 propojen s uzlovými body na vnějším povrchu ložiskového lůžka, tak aby bylo zatížení ložiska rovnoměrně rozloženo po celém obvodu ložiskového lůžka. Tuhost ložiska byla modelována spojením uzlového bodu na střednici rotoru a na střednici statoru soustavou dvou navzájem kolmých elementů COMBIN14 podobně jako v případě modální analýzy samostatného rotoru.

Vliv magnetického tahu na soustavu stator–rotor je modelován také soustavou navzájem kolmých prvků COMBIN14. Podobně jako při modální analýze samostatného

rotoru. Tentokrát ale tyto prvky spojují uzlové body střednice rotoru s vhodně vybranými uzlovými body na vnitřním povrchu náhrady statorového svazku, tak jak je to naznačeno na obrázku 5.18. Jako tuhost těchto pružin byla zadána jedna devítina $k_{MTstřed}$.



Obr. 5.17 Model uložení rotoru v ložisku.



Obr. 5.18 Model uložení rotoru v kostře generátoru.

5.4.5. Výpočet

Opět byly hledány vlastní frekvence soustavy, které leží v intervalu 0 až 1000 Hz. Aby mohl být určen vliv magnetického tahu na modální vlastnosti řešeného stroje, byly provedeny modální analýzy stroje jak s uvažováním vlivu magnetického tahu tak i bez něj. Vytvořený výpočtový model obsahuje antisymetrickou matici gyroskopických účinků působících na rotor, proto byl pro výpočet vlastních frekvencí a vlastních vektorů zkoumané soustavy použit řešič QRDAMP.

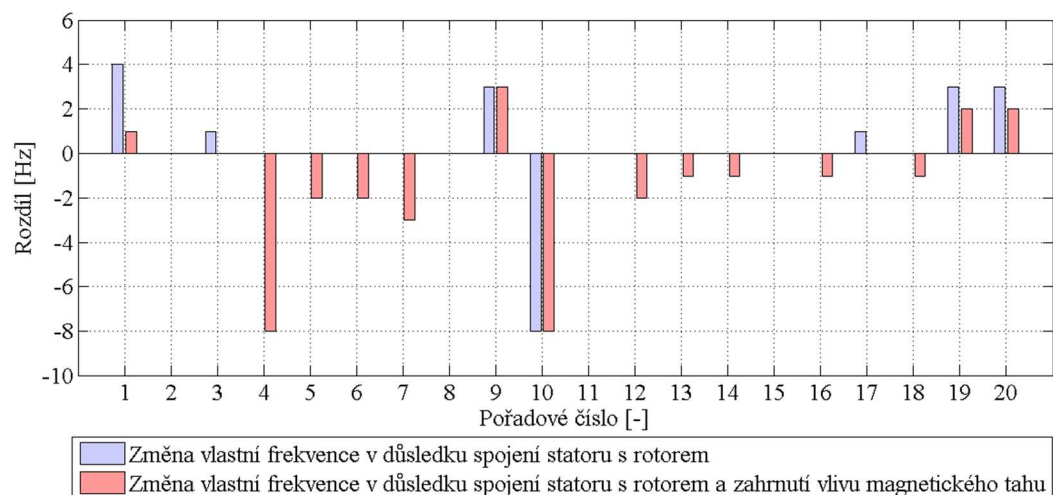
5.4.6. Výsledky

Výsledkem výpočtu je přibližně stovka vlastních frekvencí, ne všechny však souvisí s kmitáním statoru nebo rotoru jako celku. Celá řada vlastních frekvencí souvisí s kmitáním pouze vybrané části konstrukce, například ventilátoru, víka ložiskového stojanu, pláště statoru a podobně. Tyto vlastní tvary jsou z hlediska zkoumání vlivu interakce mezi statorem a rotorem na modální vlastnosti točivého elektrického stroje nevýznamné a proto nejsou dále uvažovány. Rovněž nejsou uvedeny vlastní frekvence, při nichž dochází ke kmitání struktury generátoru podél střednice statorového svazku, protože pravděpodobnost, že při provozu stroje dojde k vybuzení takového vlastního tvaru je velmi malá. Vypočítané vlastní frekvence, při nichž dochází ke kmitání statoru nebo rotoru jako celku jsou rozděleny do dvou skupin na vlastní frekvence, při kterých kmitá některým vlastním tvarem stator a vlastní frekvence, při kterých kmitá některým vlastním tvarem rotor stroje.

Vliv spojení statoru s rotorem na vlastní frekvence stroje

Nejprve bude pozornost zaměřena na vlastní frekvence statoru stroje. V tabulce 5.7 jsou uvedeny vlastní frekvence, při kterých kmitá vlastním tvarem struktura statoru. V obrázku 5.19 jsou tyto vlastní frekvence porovnány s vlastními frekvencemi vypočítanými při modální analýze samotného statoru se statorovým svazkem, u kterého pryskyřice vyplňuje 50 % objemu statorové drážky. Modrými sloupci je pro jednotlivé vlastní tvary znázorněna změna vlastních frekvencí statoru v případě modální analýzy soustavy stator–rotor bez zahrnutí vlivu magnetického tahu oproti vlastním frekvencím samostatného statoru. Červené sloupce znázorňují změnu vlastních frekvencí statoru v případě modální analýzy soustavy stator–rotor se zahrnutím vlivu magnetického tahu oproti vlastním frekvencím samostatného statoru. V důsledku spojení statoru s rotorem respektive zahrnutí vlivu magnetického tahu jsou změny vlastních frekvencí statoru v porovnání s výsledky modální analýzy samotného statoru u většiny vlastních tvarů menší než 4 %. Lze je tedy považovat za nevýznamné. Výjimkou jsou vlastní tvary s pořadovými čísly 4 a 10. Při 4. vlastním tvaru se kruhový průřez statorového svazku deformuje na oválný, obrázek 5.20a). Oba konce svazku kmitají společně ve fázi. Spojení rotoru se statorem stroje frekvenci 4. vlastního tvaru neovlivní, v důsledku zahrnutí magnetického tahu se ale frekvence tohoto vlastního tvaru sníží přibližně o 8 %. Při 10. vlastním tvaru dochází k ohybovému kmitání horního štítu statoru, obrázek 5.20). V důsledku spojení statoru s rotorem klesne frekvence tohoto vlastního také přibližně o 8 %. Zahrnutí magnetického tahu do

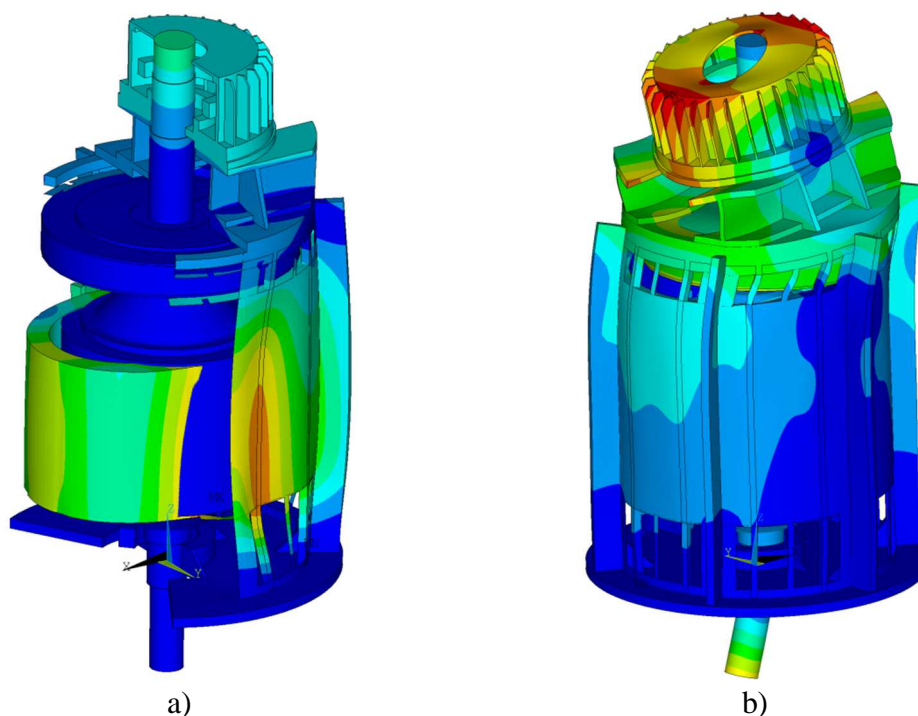
výpočtového modelu frekvenci 10. vlastního tvaru soustavy stator – rotor již dále významně neovlivní.



Obr. 5.19 Změna vlastních frekvencí statoru v důsledku propojení s rotorem pro případ uvažování magnetického tahu a bez něj.

Tab. 5.7: Soustava stator-rotor, vlastní frekvence statoru pro různé konfigurace výpočtového modelu.

Pořadové číslo	Vlastní frekvence [Hz]		
	soustava stator–rotor bez magnetického tahu	soustava stator–rotor s magnetickým tahem	samotný stator
1	66	63	62
2	94	94	94
3	159	158	158
4	161	153	161
5	167	165	167
6	284	282	284
7	287	284	287
8	346	346	346
9	366	366	363
10	371	371	379
11	432	432	432
12	444	442	444
13	454	453	454
14	465	464	465
15	500	500	500
16	518	517	518
17	599	598	598
18	632	631	632
19	645	644	642
20	650	649	647



Obr. 5.20 Vlastní tvary kmitání statoru, a) 4. vlastní tvar, b) 10. vlastní tvar.

Vlastní frekvence rotoru vypočítané při modální analýze soustavy stator–rotor jsou uvedeny v tabulce 5.8. V obrázku 5.21 jsou tyto vlastní frekvence porovnány s vlastními frekvencemi vypočítanými při modální analýze samotného rotoru bez zahrnutí vlivu magnetického tahu. Modrými sloupci jsou pro jednotlivé vlastní tvary znázorněny změny vlastních frekvencí rotoru v případě modální analýzy soustavy stator–rotor bez zahrnutí vlivu magnetického tahu. Červené sloupce znázorňují změnu vlastních frekvencí rotoru v případě modální analýzy soustavy stator–rotor se zahrnutím vlivu magnetického tahu. Pro úplnost jsou také uvedeny změny vlastních frekvencí samostatného rotoru se zahrnutím vlivu magnetického tahu oproti vlastním frekvencím samostatného rotoru bez zahrnutí vlivu magnetického tahu, které bylo zkoumáno v kapitole 5.3. V tomto případě je uvažována pouze varianta s magnetickou tuhostí $k_{MTstřed}$.

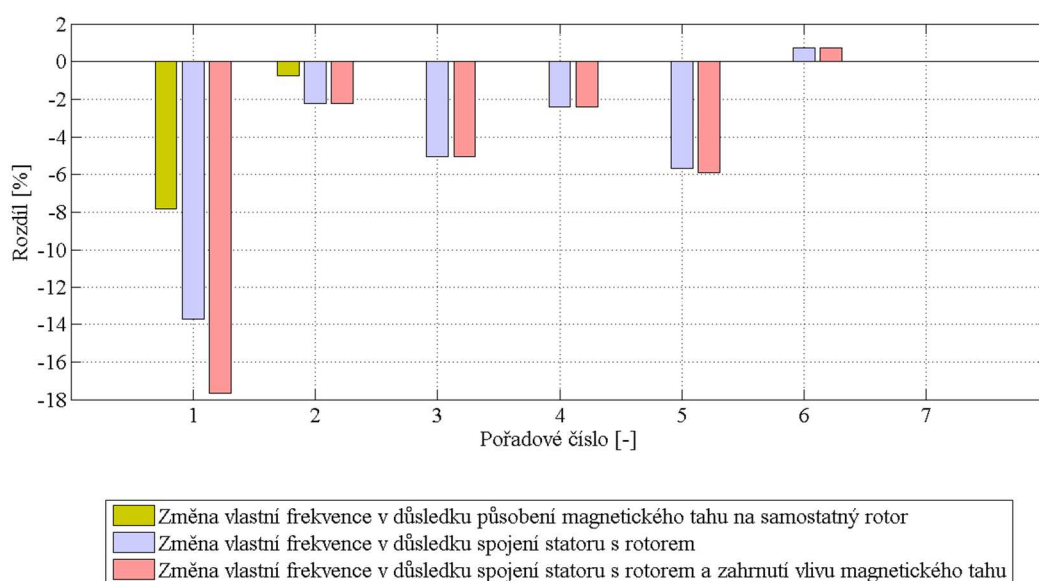
Spojení statoru s rotorem ovlivní tuhost uložení rotoru, protože volné konce konečných prvků modelujících tuhost uložení již nejsou vetknuty v prostoru, ale jsou připojeny k poddajné struktuře štítů statoru. To se také projeví poklesem prvních pěti vlastních frekvencí rotoru. Pokles vlastních frekvencí je nejvýznamnější u vlastního tvaru s pořadovým číslem 1 a to téměř 14 %. Vlastní tvary kmitání struktury generátoru, které odpovídají těmto vlastním frekvencím, jsou uvedeny na obrázku 5.22. U vlastních tvarů kmitání s pořadovými čísly 1, 2, 5 a 6 dochází k ohybovému kmitání celého rotoru. U 3. a 4. vlastního tvaru významně kmitají pouze volné konce hřídele. Při provozu skutečného stroje je volný pouze konec hřídele v horním štítu statoru. Druhý konec hřídele je spojen s rotorem vodní turbíny. Lze tedy očekávat, že frekvence 3. a 4. vlastního tvaru se v důsledku spojení generátoru s vodní turbínou změní. Analýza vlivu tohoto spojení na vlastní frekvence rotoru ale není předmětem této práce. Oproti

modální analýze samotného rotoru přibyla v tabulce 5.8 jedna vlastní frekvence. Pátý vlastní tvar samostatného rotoru se totiž v důsledku spojení statoru s rotorem vybudí dvakrát. Příčinou je rozdílná ohybová tuhost horního štítu ve dvou na sebe kolmých osách.

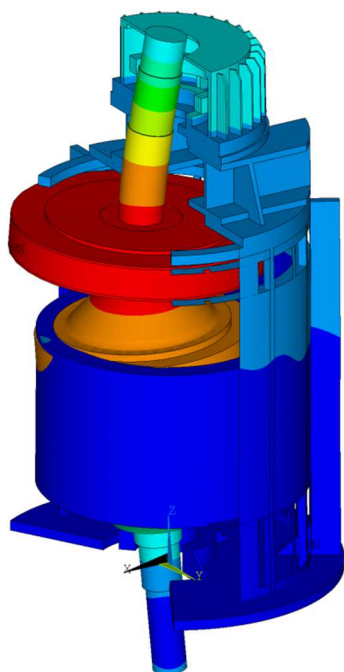
Zahrnutí vlivu magnetického tahu do výpočtového modelu modálních vlastností soustavy stator–rotor významně ovlivní pouze první vlastní frekvenci rotoru. V porovnání s první vlastní frekvencí samotného rotoru bez zahrnutí vlivu magnetického tahu je tato frekvence téměř o 18 % nižší.

Tab. 5.8: Soustava stator–rotor, vlastní frekvence rotoru pro různé konfigurace výpočtového modelu.

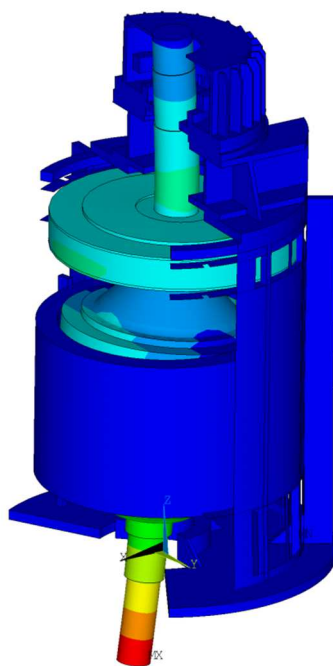
Pořadové číslo	Vlastní frekvence [Hz]		
	soustava stator–rotor bez magnetického tahu	soustava stator–rotor s magnetickým tahem	samotný rotor
1	44	42	51
2	131	131	134
3	258	244	257
4	327	327	335
5	384	383	407
6	410	410	407
7	917	917	917



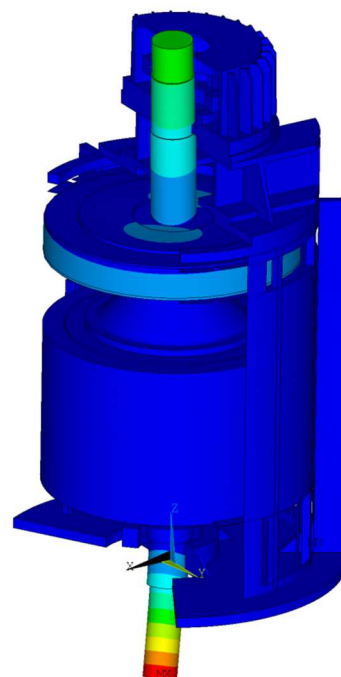
Obr. 5.21 Změna vlastních frekvencí rotoru v důsledku spojení se statorem pro případ uvažování magnetického tahu a bez něj.



1. vlastní tvar



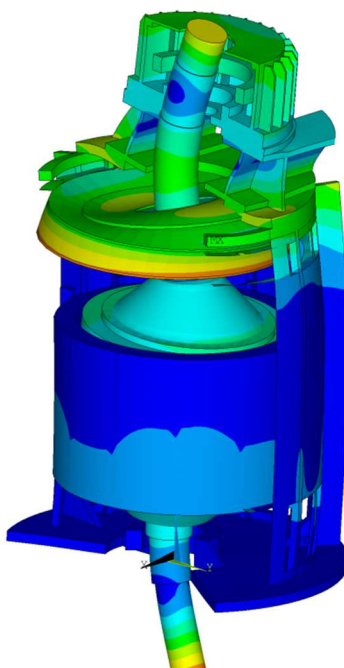
2. vlastní tvar



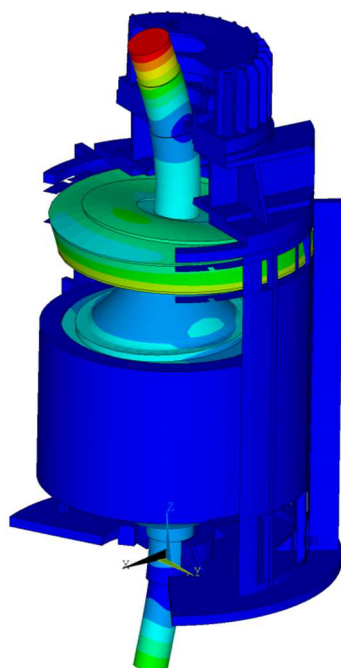
3. vlastní tvar



4. vlastní tvar



5. vlastní tvar



6. vlastní tvar

Obr. 5.22 Prvních šest vlastních tvarů kmitání rotoru.

Porovnání vlastních frekvencí soustavy stator – rotor a harmonických složek magnetických sil

Druhá část vyhodnocení modální analýzy je zaměřena na porovnání vypočítaných vlastních frekvencí soustavy stator–rotor zahrnující vlivu magnetického tahu s frekvencemi významných harmonických složek magnetických sil. Vypočítaným vlastním frekvencím se nejvíce blíží frekvence harmonických složek magnetických sil 100 Hz, 148 Hz, 445 Hz, a 583 Hz. Vlastní tvary kmitání, jejichž frekvence jsou blízké, uvedeným frekvencím jsou zobrazeny obrázku 5.23.

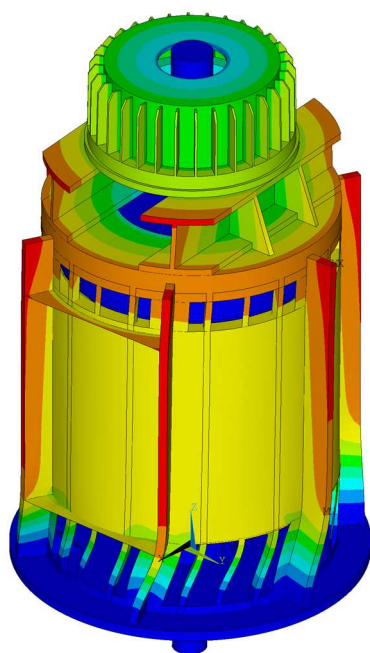
Frekvence 100 Hz se vyskytuje ve Fourierově spektru magnetických sil působících na statorový svazek. Ze všech harmonických složek tohoto Fourierova spektra má největší amplitudu, která ještě více narůstá v souvislosti s výskytem uvažovaného typu nesymetrie vzduchové mezery. Nejbližší této frekvenci je vlastní frekvence 94 Hz, jíž odpovídá torzní tvar kmitání statoru stroje. Vzhledem k tomu, že vlastní frekvence torzního kmitání statorového svazku je jen o 6 % nižší než frekvence harmonické složky budící síly je pravděpodobné, že při provozu stroje se tento vlastní tvar bude podílet na celkovém kmitání struktury stroje.

Druhou významnou harmonickou složkou magnetických sil působících na statorový svazek, jejíž frekvence je blízká některé vlastní frekvenci statoru, je frekvence 583 Hz. Nejbližší této frekvenci je vlastní frekvence 599 Hz, při níž se kruhový průřez statorového svazku deformuje na čtyřhranný. Deformované tvary konců statorového svazku jsou vzájemně pootočený o 45°. Byť je vlastní frekvence statoru vyšší pouze o 3 % oproti frekvenci harmonické složky budící síly, neměl by tento vlastní tvar být při uvažovaném typu nesymetrie vzduchové mezery vybuzen.

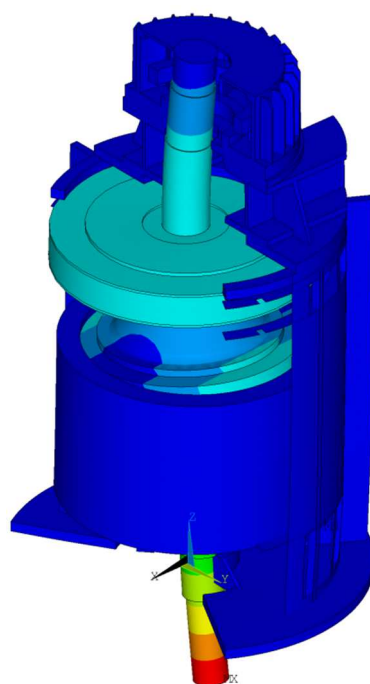
Frekvence 148 Hz je základní harmonická složka Fourierova spektra magnetických sil působících na rotorový svazek stroje. Této frekvenci je nejbližší vlastní frekvence 131 Hz, při níž dochází k prohýbání rotoru mezi ložisky. Vzhledem k tomu, že rozdíl mezi vlastní frekvencí rotoru a frekvencí harmonické složky činí přibližně 13 % z hodnoty vlastní frekvence, magnetické síly působící na rotor stroje tento vlastní tvar kmitání pravděpodobně nevybudí.

Další významnou harmonickou složkou Fourierova spektra magnetických sil působících na rotorový svazek, v jejíž blízkosti se nachází některá z vlastních frekvencí rotoru, je frekvence 445 Hz. Hodnota vlastní frekvence je v tomto případě přibližně o 8 % nižší a je rovna 410 Hz. Při této vlastní frekvenci dochází k výraznému ohybovému kmitání volného konce hřídele rotor. Kmitá také hmota rotoru mezi ložisky. Její výchylky jsou ale v porovnání s výchylkami volného konce rotoru výrazně menší. Tento vlastní tvar by při provozu stroje neměl být vybuzen.

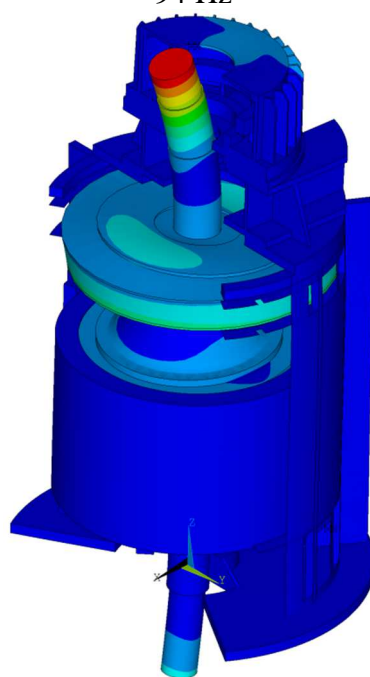
Výsledky modální analýzy odhalily riziko vybuzení torzního tvaru kmitání statoru stroje magnetickými silami. To zda k tomu skutečně dojde, prokáže až výpočet dynamické odezvy stroje na působení magnetických sil v časové oblasti, kterému je věnována 6. kapitola.



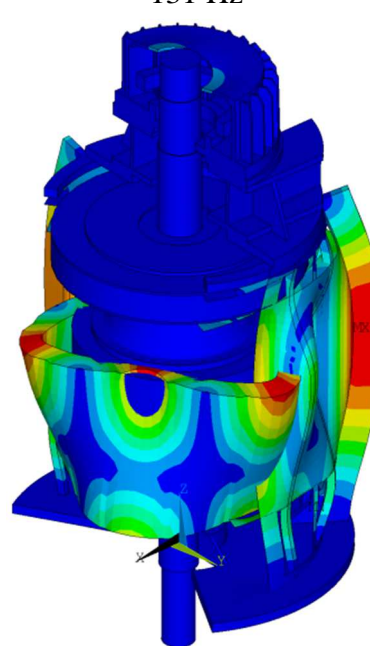
94 Hz



131 Hz



410 Hz



598 Hz

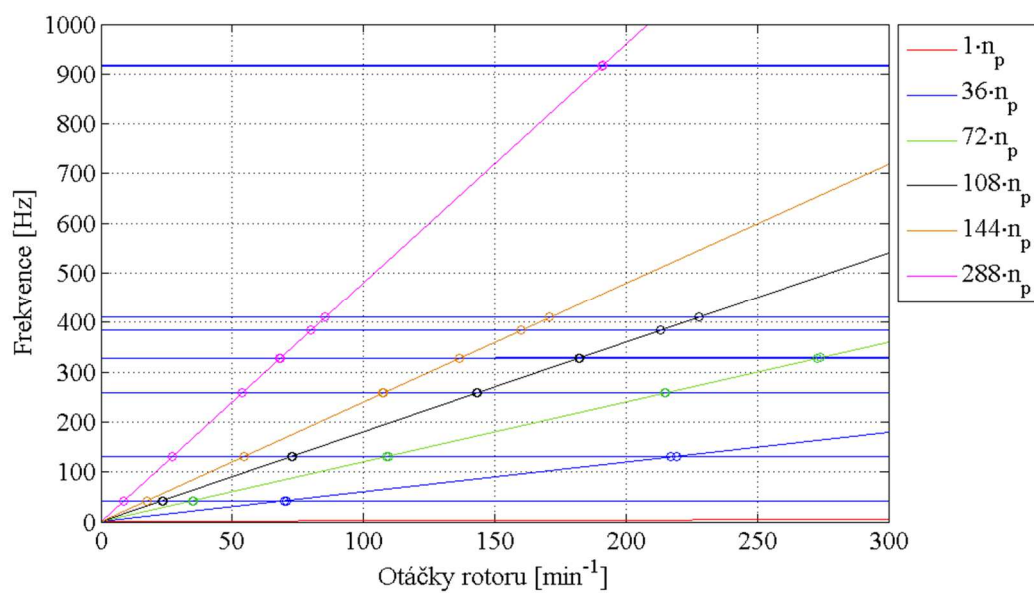
Obr. 5.23 Vlastní tvary kmitání generátoru blízke budícím frekvencím.

Campbellův diagram

Campbellův diagram obecně vyjadřuje závislost vlastní frekvence řešeného objektu na nějakém parametru. V případě rotorových soustav je tímto parametrem otáčková frekvence rotoru. Kromě závislosti vlastních frekvencí rotoru na jeho otáčkách lze z Campbellova diagramu zjistit i kritické otáčky rotoru. Jako kritické se označují otáčky rotoru, při nichž je frekvence budící síly působící na rotor shodná s některou z vlastních frekvencí rotoru. Pokud by byly provozní otáčky rotoru blízké kritickým otáčkám, nebo pokud by při rozběhu rotoru nebyly tyto otáčky dostatečně rychle překonány, hrozí vybuzení rezonančního stavu rotoru.

Campbellův diagram rotoru, uvedený na obrázku 5.24, byl sestaven z výsledků modálních analýz soustavy stator–rotor řešených při otáčkách rotoru 0, 100, 200 a 300 min⁻¹. Závislost magnetického tahu na otáčkách rotoru ani dynamické chování rotoru při rozběhu točivého elektrického stroje není v této práci zkoumáno. Proto byl zaveden předpoklad, že tuhost pružin k_{MT} , jež ve výpočtovém modelu představují vliv magnetického tahu na rotor stroje, je nezávislá na otáčkách rotoru a je rovna hodnotě $k_{MTstřed}$.

Točivý elektrický stroj, jehož dynamické chování je analyzováno v této práci, je pomaluběžný. Při provozu koná rotor stroje 253 otáček za minutu. Gyroskopické účinky dle očekávání nemají významný vliv vlastní frekvence rotoru, jak je patrné z Campbellova diagramu na obrázku 5.23. Pro odečtení kritických otáček jsou v Campbellově diagramu, kromě náběhové přímky odpovídající prozním otáčkám rotoru uvedeny také náběhové přímky 36, 72, 108, 144 a 288 násobku provozních otáček rotoru, neboť tyto násobky odpovídají významným frekvenčním složkám Fourierova spektra magnetických sil působících na jeden zub rotorového svazku, (viz kapitola 4). Vypočítané kritické otáčky rotoru jsou uvedeny v tabulce 5.9. Provozním otáčkám rotoru se nejvíce přibližují kritické otáčky 228 min⁻¹, které jsou o 10 % nižší než provozní otáčky. Při kritických 228 min⁻¹ otáčkách by mohla harmonická složka magnetických sil 445 Hz vybudit šestý vlastní tvar rotoru, (obrázek 5.22). Ale vzhledem k charakteru šestého vlastního tvaru a velikosti amplitudy harmonické složky 445 Hz magnetických sil působících na rotorový svazek, (obrázek 4.12) je vybuzení tohoto vlastního tvaru málo pravděpodobné. Přesnější představu o dynamickém chování rotoru při ustáleném chodu stroje poskytne výpočet dynamické odezvy stroje, který bude proveden v následující kapitole.



Obr. 5.24 Campbellův diagram rotoru, n_p – provozní otáčky rotoru.

Tab. 5.9: Kritické otáčky rotoru.

Vlastní frekvence rotoru [Hz]	Kritické otáčky [min ⁻¹]					
	$1n_p$	$36n_p$	$72n_p$	$108n_p$	$144n_p$	$288n_p$
1.	-	70	35	23	17	9
	-	71	35	24	18	9
2.	-	217	109	72	54	27
	-	219	109	73	55	27
3.	-	-	215	143	107	54
	-	-	215	143	107	54
4.	-	-	273	182	136	68
	-	-	274	182	137	68
5.	-	-	-	213	160	80
	-	-	-	228	170	85
6.	-	-	-	-	-	191
	-	-	-	-	-	191

6. Výpočet dynamické odezvy soustavy stator–rotor na působení magnetických sil

Přesnější představu o dynamickém chování točivého elektrického stroje při ustáleném chodu poskytne výpočet dynamické odezvy stroje na působení magnetických sil v časové oblasti. Výpočet dynamické odezvy stroje v časové oblasti je sice výrazně časově náročnější než modální analýza, umožňuje však modelovat elektromagnetickou interakci mezi statorem a rotorem stroje na vyšší úrovni, než tomu bylo v případě modální analýzy. Ve výpočtovém modelu je možné upravovat zatížení statorového a rotorového svazku nejen v závislosti na velikosti nesymetrie vzduchové mezery, ale také v závislosti na čase a postavení rotorových tyčí vzhledem k drážkám statorového svazku. Rovněž lze ve výpočtovém modelu zohlednit vliv materiálové nelinearity jádra statorového a rotorového svazku, ale i další, kterým není v této práci věnována pozornost, jako například nelineární závislost tuhostí ložisek na velikosti zatížení.

6.1. Teoretický základ

Výpočet dynamické odezvy struktury točivého elektrického stroje na působení magnetických sil je případ vynuceného kmitání soustavy s n volnostmi. V kapitole 5 byl pohyb takové soustavy popsán rovnicí 5.1. Na rozdíl od modální analýzy je při výpočtech dynamické odezvy struktury v časové oblasti možné zahrnout do výpočtu nejen závislost magnetických sil na čase, ale také na velikosti nesymetrie vzduchové mezery a úhlové pozici na obvodu statorového respektive rotorového svazku. Tento případ popisuje rovnice (6.1).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{B} + \omega\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}(t, \delta, \varphi), \quad (6.1)$$

kde δ je parametr nesymetrie vzduchové mezery a φ označuje úhlovou pozici působíště magnetické síly na obvodu statorového a rotorového svazku.

Řešení této rovnice se provádí přímou integrací některou numerickou metodou. V tomto případě byla použita Newmarkova metoda.

Newmarkova metoda patří mezi implicitní metody. Zrychlení a rychlost v čase $t + \Delta t$ lze vypočítat z rovnic

$$\ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}(\mathbf{q}_{t+\Delta t} - \mathbf{q}_t) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{q}}_t - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\mathbf{q}}_t \quad (6.2)$$

a

$$\dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t} = \frac{\alpha}{\beta\Delta t}(\mathbf{q}_{t+\Delta t} - \mathbf{q}_t) - \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1\right)\dot{\mathbf{q}}_t - \Delta t\left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1\right)\ddot{\mathbf{q}}_t, \quad (6.3)$$

kde $\ddot{\mathbf{q}}_t$, $\dot{\mathbf{q}}_t$ a \mathbf{q}_t jsou sloupcové vektory zobecněných zrychlení, rychlosti a posunutí v čase t , $\ddot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}$, $\dot{\mathbf{q}}_{t+\Delta t}$ a $\mathbf{q}_{t+\Delta t}$ jsou sloupcové vektory zobecněných zrychlení rychlosti a posunutí v čase $t + \Delta t$, α a β jsou Newmarkovi integrační parametry a Δt označuje časový krok. Dosazením rovnic (6.2) a (6.3) do pohybové rovnice (6.1) dostaneme

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbf{B} + \mathbf{K} \right) \mathbf{q}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \mathbf{M} + \Delta t \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \mathbf{B} \right] \ddot{\mathbf{q}}_t + \\ + \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{M} + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \mathbf{B} \right] \dot{\mathbf{q}}_t + \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbf{B} \right] \mathbf{q}_t. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Zavedením označení

$$\overline{\mathbf{M}} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbf{B} + \mathbf{K}, \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Q}}_{t+\Delta t} = \mathbf{Q}_{t+\Delta t} + \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \mathbf{M} + \Delta t \left(\frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \mathbf{B} \right] \ddot{\mathbf{q}}_t + \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{M} + \left(\frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \mathbf{B} \right] \dot{\mathbf{q}}_t + \\ + \left[\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\alpha}{\beta \Delta t} \mathbf{B} \right] \mathbf{q}_t \end{aligned} \quad (6.6)$$

lze rovnici (6.4) upravit na tvar

$$\mathbf{q}_{t+\Delta t} = \overline{\mathbf{M}}^{-1} \overline{\mathbf{Q}}_{t+\Delta t}. \quad (6.7)$$

Volbou integračních parametrů lze ovlivnit průběh zrychlení během výpočtového kroku. Nejčastěji se používá $\alpha = 0,5$ a $\beta = 0,25$, kdy je hodnota zrychlení konstantní a vypočítá se jako střední hodnota ze zrychlení na počátku a konci výpočtového kroku. Podrobné informace o Newmarkově metodě a volbě integračních parametrů jsou uvedeny například v ANSYS [2] nebo Slavík [65].

6.2. Výpočtový model

Model geometrie, model vlastností materiálu i model ustavení generátoru ve strojovně jsou shodné s modely popsanými v kapitole 5.

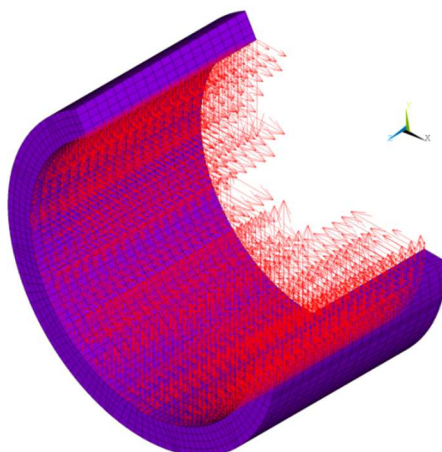
6.2.1. Model zatížení soustavy magnetickými silami

S ohledem na model zatížení řešené soustavy je v tomto odstavci uvedeno také několik doplňujících poznámek k diskretizaci modelu geometrie.

Zatížení statorového svazku magnetickými silami

Při diskretizaci modelu geometrie byla náhrada statorového svazku rozdělena v obvodovém směru na 144 stejně velkých úseků. Každý úsek tedy představuje jeden zub statorového svazku. V podélném směru byla náhrada statorového svazku rozdělena na osmnáct stejně velkých úseků. Zatížení statorového svazku magnetickými silami bylo modelováno předepsání silového zatížení do uzlových bodů ležících na vnitřním povrchu náhrady statorového svazku, tak jak je naznačeno na obrázku 6.1. Velikost silového zatížení ve směru osy x a y kartézského souřadného systému se stanovuje ze dvou trojrozměrných polí popisujících rozložení magnetických sil po obvodu statorového svazku, jejich závislost na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery.

Tato trojrozměrná pole byla sestavena na základě výsledků prezentovaných v kapitole 4.

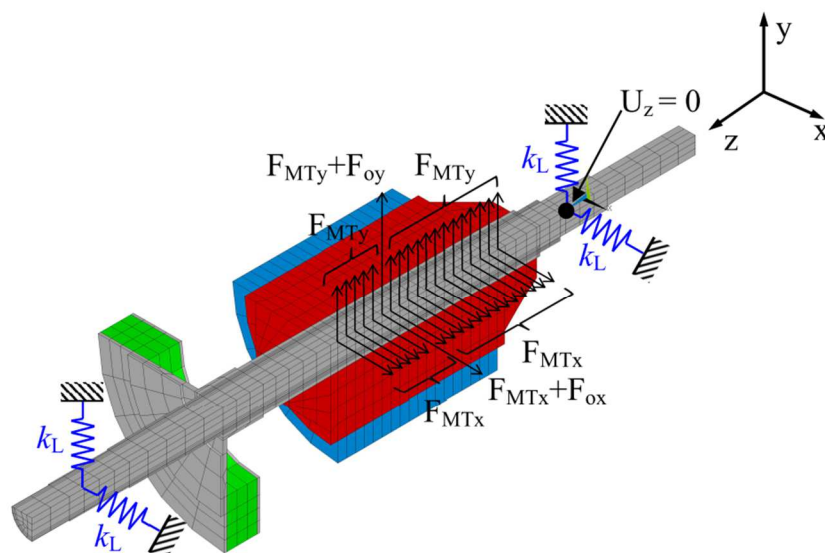


Obr. 6.1 Model zatížení statorového svazku magnetickými silami.

Zatížení rotorového svazku magnetickými silami

Zatížení rotorového svazku magnetickými silami bylo transformováno na střednici rotoru. Hlavní výhoda tohoto přístupu spočívá v tom, že je možné v obvodovém směru náhrady rotorového svazku provést hrubší diskretizaci než je tomu v případě náhrady statorového svazku. Tím se částečně sníží počet stupňů volnosti již tak značně rozsáhlé úlohy. V podélném směru je počet úseků diskretizace náhrady rotorového svazku shodný s počtem úseků náhrady statorového svazku. Samozřejmě, transformací silového zatížení rotorového svazku na střednici rotoru vzniká určitá chyba, protože do vyhodnocení nesymetrie vzduchové mezery není zahrnut příspěvek od deformace rotorového svazku. Na druhou stranu kvůli zahrnutí vlivu gyroskopických účinků na rotor stroje byla žebra mezi hřídelí rotoru a rotorovým svazkem nahrazena rotačně symetrickou náhradou s podobnými dynamickými vlastnostmi. Použití této rotačně symetrické náhrady významným způsobem ovlivnilo radiální tuhost modelu rotorového svazku, protože podpírá rotorový svazek po celém jeho obvodu a ne jen v osmi krátkých úsecích, jak je tomu u skutečného rotoru. Zatížení rotorového svazku magnetickými silami bylo tedy modelováno předepsáním silového zatížení ve směru os x a y kartézského souřadného systému do uzlových bodů, ležících na střednici rotoru v místě rotorového svazku. Velikost silového zatížení se stanovuje ze dvou dvojrozměrných polí popisujících závislost magnetického tahu na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery. Tato pole byla sestavena na základě výsledků prezentovaných v kapitole 4.

V důsledku působení magnetického tahu dochází k průhybu rotoru. Vliv odstředivé síly od nevyváhy, která v takovém případě působí na rotor, byl modelován rovněž silovým zatížením předepsaným do uzlového bodu střednice rotoru, jež se nachází v těžišti rotorové soustavy, jak je ukázáno na obrázku 6.2.



Obr. 6.2 Model zatížení rotoru, F_{MTx} , F_{MTy} – magnetický tah, F_{ox} , F_{oy} - odstředivá síla.

6.2.2. Výpočet

Řešení vytvořené úlohy bylo provedeno v časové oblasti Newmarkou metodou. Při výpočtu byla použita pevná délka časového kroku $1,6 \cdot 10^{-4}$ s. Počáteční podmínky, které by byly použitelné při simulaci ustáleného chodu stroje, není možné jednoduše určit, proto byl výpočet dynamické odezvy stroje rozdělen do dvou fází. V první fázi došlo k plynulému nárůstu zatížení od nuly do plného zatížení. Délka této fáze odpovídala čtyřem otáčkám rotoru. V prvním výpočtovém kroku byly použity nulové počáteční podmínky. Vektory posunutí, rychlosti a zrychlení získané v posledním výpočtovém kroku posloužily jako počáteční podmínky v druhé fázi výpočtu, v níž byl simulován ustálený chod stroje. Délka druhé fáze odpovídala dvěma otáčkám rotoru. V obou fázích byla na konci každého výpočtového kroku vyhodnocena poloha a velikost nejmenší tloušťky vzduchové mezery a na základě těchto údajů upraveno silového zatížení pro následující výpočtový krok.

Proces určení polohy a velikosti nejmenší tloušťky vzduchové mezery je zřejmý z obrázku 6.3. Body A a B jsou dva protilehlé uzlové body diskretizace statorového svazku, které leží na jeho vnitřním povrchu. Tyto body definují přímku, kterou lze popsat rovnicí

$$y = k(x - x_A) + y_A, \quad (6.8)$$

kde

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}. \quad (6.9)$$

Zatížení rotorového svazku je, z důvodů uvedených v odstavci 6.2.1, transformováno na střednici rotoru. Průřez rotorového svazku se tedy v důsledku působení magnetických

sil nedeformuje, ale pohybuje se jako celek. Vnější průměr rotorového svazku lze popsat rovnicí

$$(x - x_R)^2 + (y - y_R)^2 = r_R^2, \quad (6.10)$$

v níž x_R, y_R jsou souřadnice střednice rotorového svazku a r_R je poloměr rotorového svazku. Rovnice (6.8) a (6.10) tvoří soustavu nelineárních rovnic, jejímž řešením jsou souřadnice průsečíků P_1 a P_2 , a má tvar

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (6.11)$$

$$y_{1,2} = k(x_{1,2} - x_A) + y_A, \quad (6.12)$$

kde

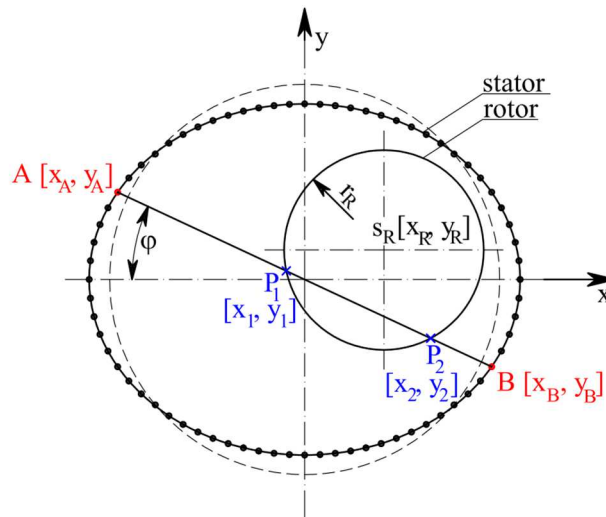
$$a = 1 + k^2, \quad (6.13)$$

$$b = 2[-x_R + k(-kx_A + y_A - y_R)], \quad (6.14)$$

$$c = (kx_A - y_A)^2 + 2y_R(kx_A - y_A) + x_R^2 + y_R^2 - r_R^2. \quad (6.15)$$

Porovnáním vzdáleností mezi body A- P_1 , A- P_2 , B- P_1 a B- P_2 lze snadno zjistit velikost vzduchové mezery mezi statorem a rotorem stroje.

Tato procedura byla provedena pro všechny dvojice protilehlých uzlových bodů, ležících na vnitřním průměru statorového svazku a ze získaných výsledků byla vyhodnocena poloha a velikost nejmenší tloušťky vzduchové mezery pro všech osmnáct úseků, na které byly statorový i rotorový svazek v podélném směru diskretizací rozděleny.



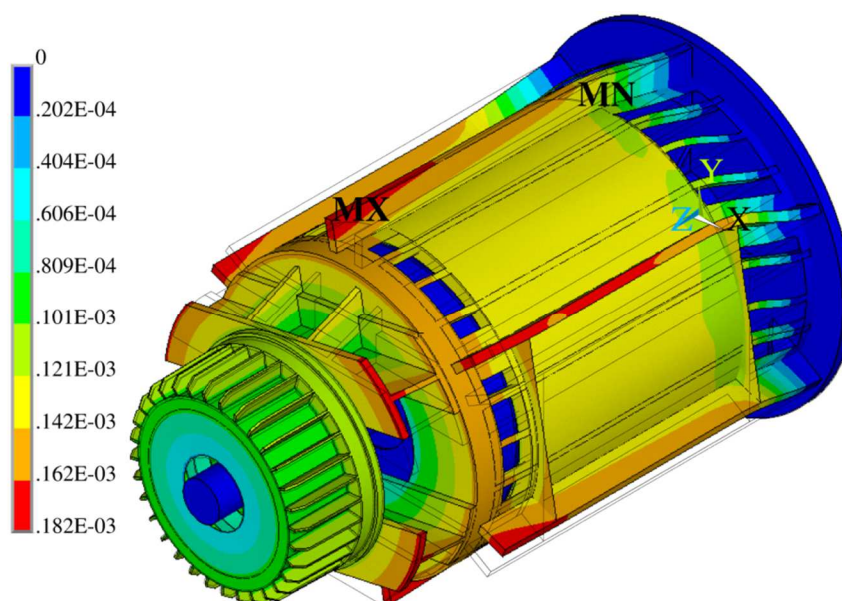
Obr. 6.3 Určení polohy a velikosti nejmenší tloušťky vzduchové mezery.

6.2.3. Výsledky

Byly provedeny simulace ustáleného chodu stroje pro případy excentricity uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru 0, 10, 20 a 30 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery. Z vytvořeného výpočtového modelu lze získat celou řadu informací o chování struktury stroje v důsledku působení magnetických sil. V této práci je při vyhodnocování výsledků simulací pozornost zaměřena především na tvar kmitání statoru a rotoru stroje, vliv magnetických sil na nesymetrii vzduchové mezery a zatížení ložisek.

Vliv magnetických sil na vibrace statoru

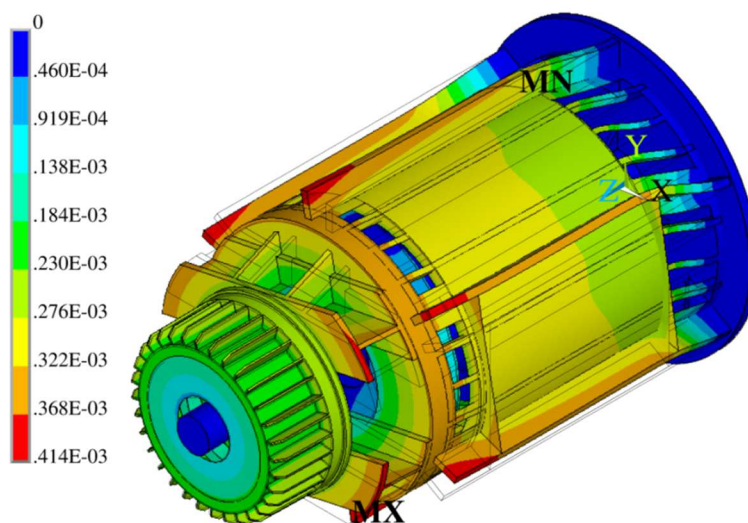
Simulace ustáleného chodu ideálně symetrického stroje potvrdila jeden ze závěrů modální analýzy soustavy stator–rotor, která byla provedena v kapitole 5. Rozdíl mezi vlastní frekvencí torzního kmitání statoru stroje (94 Hz) a nejvýznamnější harmonickou složkou Fourierova spektra magnetických sil působících na statorový svazek (100 Hz) je příliš malý. Magnetické síly působící na statorový svazek pak vybudí významné torzní vibrace statoru stroje. Rozložení celkových deformačních posuvů na vnějším povrchu stroje je znázorněno na obrázku 6.4. K největším deformačním posuvům dochází na koncích šesti výztužných tyčí kostry statoru. Černé čáry v obrázku 6.4 představují obrysy nedeformované struktury stroje. Z rozložení deformačních posuvů na povrchu statoru je zřejmé, že skupina ventilačních otvorů u příruby statoru značně snižuje torzní tuhost pláště statoru.



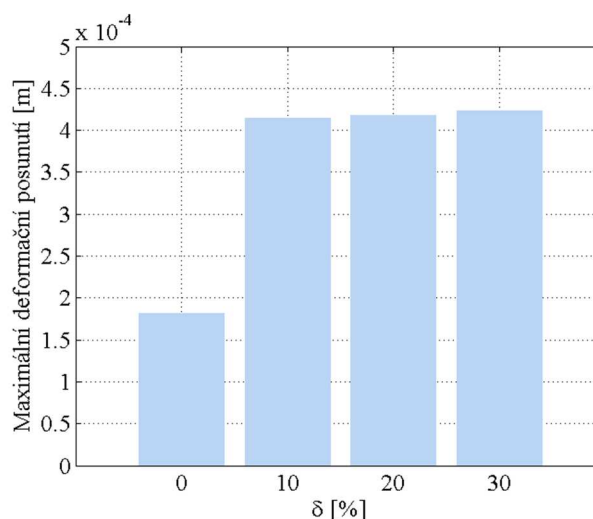
Obr. 6.4 Rozložení celkových posuvů na povrchu statoru stroje při buzení časově proměnnými magnetickými silami, $\delta = 0$ %.

V případě vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru stroje o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery se charakter kmitání statoru stroje významně nezmění, obrázek 6.5. Maximální hodnota deformačního posunutí však vzroste více jak dvojnásobně oproti ideálně symetrickému stroji. Pro vyšší hodnoty vyosení rotorového

svazku jsou maxima deformačních posunutí srovnatelná s maximem dosaženým při vyosení rotorového svazku o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery, jak dokazuje porovnání maximálních deformačních posuvů dosažených v jednotlivých simulacích na obrázku 6.6. Vysvětlení tohoto chování poskytuje porovnání amplitud významných harmonických složek magnetických sil působících na statorový svazek uvedené v kapitole 4 na obrázku 4.17. Ve Fourierově spektru magnetických sil působících na jeden zub statorového svazku se vyskytuje několik významných harmonických složek. Z těchto složek má nejvyšší amplitudu harmonická složka s frekvencí 100 Hz. V důsledku vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery vzroste amplituda této harmonické složky přibližně o 25 %. Zatímco amplitudy ostatních významných harmonických o 30 až 40 % poklesnou.

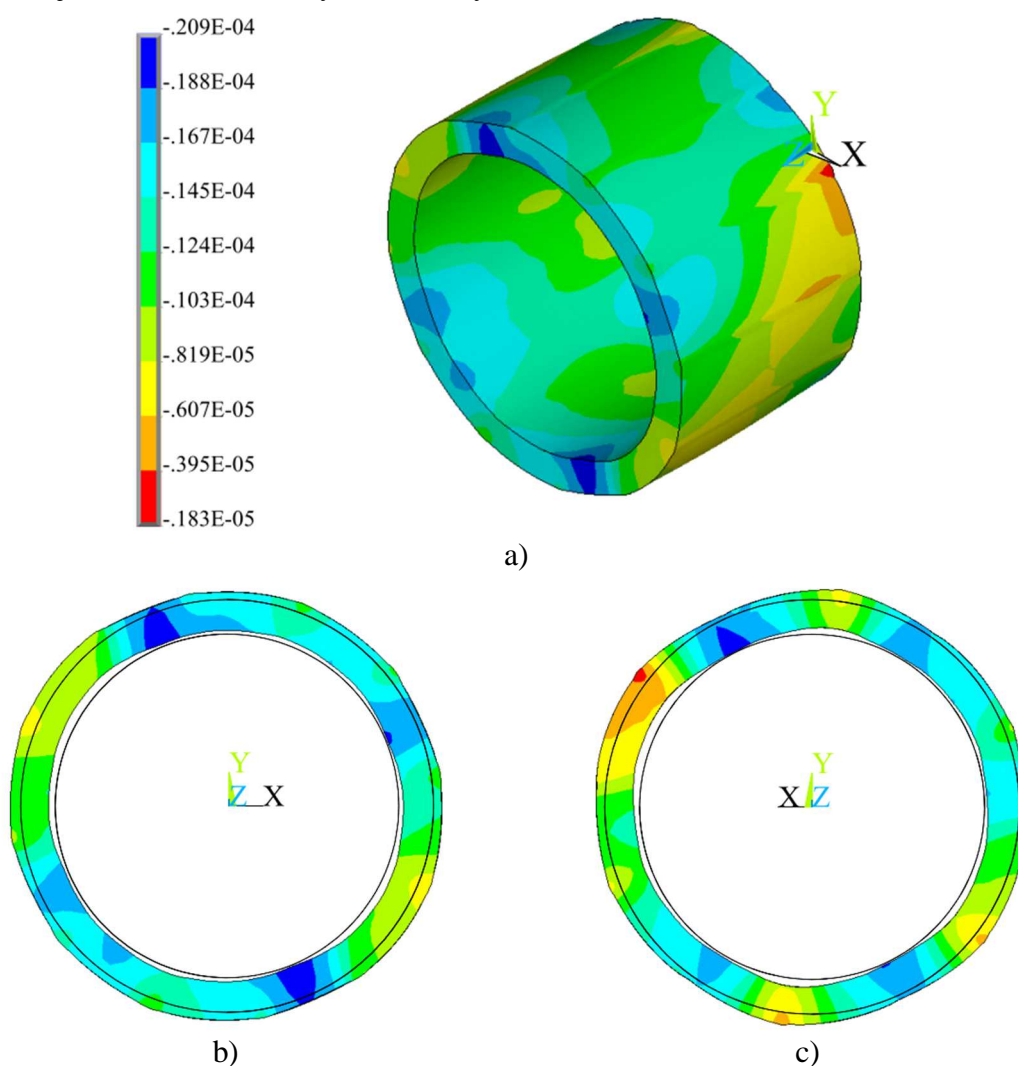


Obr. 6.5 Rozložení celkových posuvů na povrchu statoru stroje při buzení časově proměnnými magnetickými silami, $\delta = 10\%$.



Obr. 6.6 Porovná maximálních deformačních posunutí pro různé hodnoty nesymetrie vzduchové mezery.

Z pohledu nesymetrie vzduchové mezery je důležitá deformace vnitřního průměru statorového svazku v radiálním směru. V případě ideálně symetrického stroje jsou deformační posuvy statorového svazku v radiálním směru znázorněny na obrázku 6.7. Společně s deformovaným tvarem jsou v obrázku také vykresleny obrysy nedeformovaného statorového svazku. U ideálně symetrického stroje se maximální deformační posuvy vnitřního průměru statorového svazku v radiálním směru pohybují přibližně v rozmezí $5 \cdot 10^{-6}$ až $2 \cdot 10^{-5}$ m směrem ke střednici svazku. V blízkosti příruby statoru se vnitřní průměr statorového svazku z kruhového tvaru deformuje na šestiúhelníkový, obrázek 6.6c). Na opačném konci se vnitřní průměr statorového svazku deformuje z kruhového na čtyřúhelníkový, obrázek 6.6b).

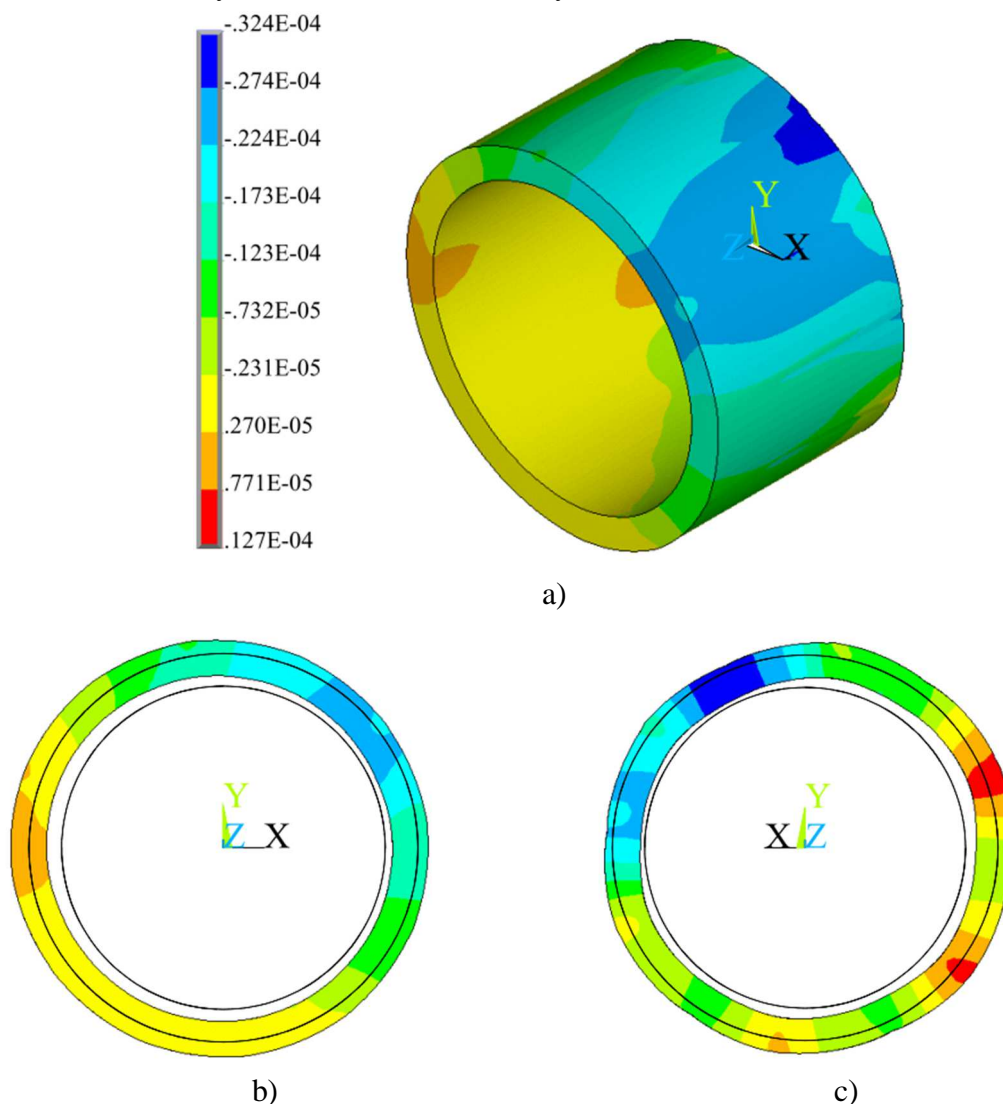


Obr. 6.7 Deformace statorového svazku v radiálním směru, $\delta = 0$; a) izometrický pohled, b) konec blíže k hornímu štítu, c) konec blíže k přírubě statoru.

Při excentrickém uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru, dochází v důsledku nesymetrie vzduchové mezery k nesymetrickému rozložení magnetických sil po obvodu statorového svazku. V místě nejmenší tloušťky vzduchové mezery jsou magnetické síly a tím pádem i deformace statorového svazku největší. Na obrázku 6.8 jsou znázorněny radiální posuvy statorového svazku při vyosení rotorového svazku o

30 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery vzhledem ke střednici rotoru. Příčný průřez konce statorového svazku, který je blíže k přírubě statoru, se deformuje podobně jako u ideálně symetrického stroje z kruhového na šestiúhelníkový, obrázek 6.8c). Opačný konec statorového svazku si i po deformaci zachovává přibližně kruhový průřez. Jak již bylo zmíněno, k největším deformačním posuvům dochází v místě nejmenší tloušťky vzduchové mezery.

Deformační posuvy statorového svazku v radiálním směru při vyosení rotorového svazku o 10 % a 20 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery vzhledem ke střednici rotoru jsou uvedeny v příloze 1. Přirozeně, v důsledku působení časově proměnných magnetických sil se i velikosti deformačních posuvů statorového svazku mění v závislosti na čase. Podílu těchto deformačních posuvů na celkové nesymetrii vzduchové mezery bude věnován samostatný odstavec.



Obr. 6.8 Deformace statorového svaku v radiálním směru, $\delta = 0,3$; a) izometrický pohled, b) konec blíže k hornímu štítu, c) konec blíže k přírubě statoru.

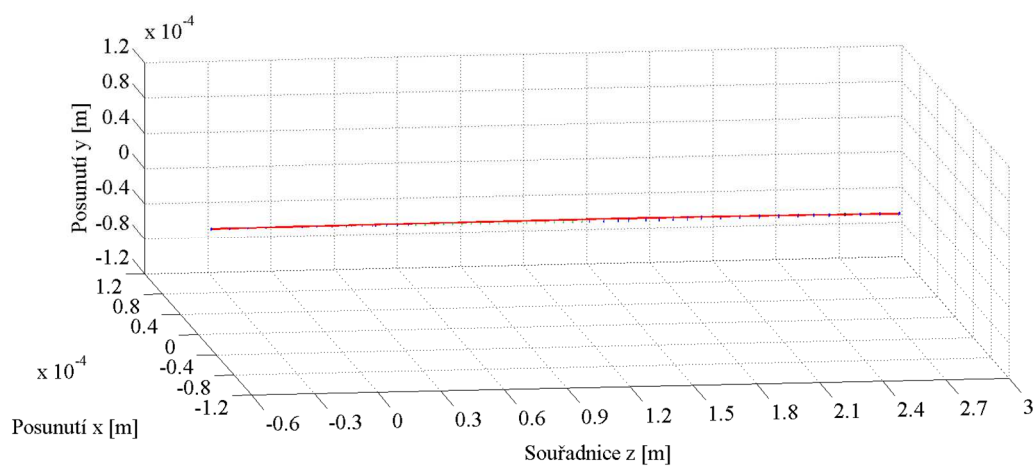
Vliv magnetických sil na vibrace rotoru

V případě ideálně symetrického stroje jsou magnetické síly, které působí na rotorový svazek stroje v daném časové okamžiku, v rovnováze. Jak dokazuje obrázek 6.9, znázorňující trajektorii střednice rotoru ideálně symetrického stroje. Radiální zatížení ložisek je v tomto případě nevýznamné. Magnetický tah vznikající v důsledku excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru narušuje klidný chod stroje a způsobuje přídavné zatížení ložisek rotoru v radiálním směru. Obrázky 6.10 až 6.12 znázorňují trajektorie střednice rotoru s excentricky uloženým rotorovým svazkem. Počátek souřadného systému použitého v těchto obrázcích leží v průsečíku střednice rotoru a roviny styčné plochy příruby statoru. Orbity vykreslené v obrázcích 6.10 až 6.12 zeleně, představují úsek střednice rotoru v místě rotorového svazku. Černě znázorněné orbity jsou orbity střednice rotoru v místě ložisek. Ložisko v přírubě statoru se nachází na pozici $z = 0,103$ m. Ložisko v horním štítu statoru na pozici $z = 2,475$ m. Čára znázorňující průhyb rotoru ve zvoleném časovém okamžiku je v obrázcích 6.9 až 6.12 vykreslena červeně.

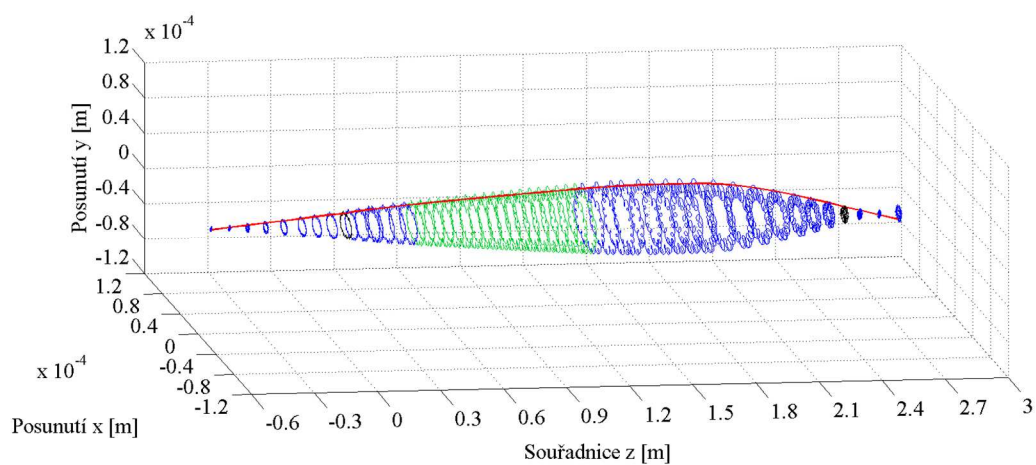
Podle očekávání, s narůstající excentricitou uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru narůstá také průhyb rotoru, neboť se zvyšuje i nesymetrie vzduchové mezery a tím pádem roste i magnetický tah působící na rotorový svazek. Orbit rotoru má kruhový tvar s dvaceti-čtyřmi smyčkami po obvodu. Tyto smyčky vznikají při pohybu nejmenší tloušťky vzduchové mezery podél pólů statorového vinutí. Každá smyčka přísluší jednomu pólu. Jasně je to vidět z obrázku 6.13. V blízkosti příruby statoru, jsou smyčky orbitu v porovnání s jeho průměrem malé. Vibrace této části statoru jsou silně ovlivněny spojením generátoru se základní deskou ve strojovně elektrárny. Čím více jsou body střednice rotoru vzdáleny od příruby statoru, tím větší jsou i poloměr a smyčky orbitu. Maximálního průměru dosahuje orbit rotoru zhruba ve vzdálenosti 1,5 m od příruby generátoru. Od tohoto bodu dále průměr orbitu klesá. Přibližně ve vzdálenosti 2,7 m od příruby generátoru se na střednici rotoru nachází uzlový bod, který se nepohybuje. Druhý takový bod leží na opačném konci hřídele rotoru, v místě spoje rotoru generátoru s rotorem vodní turbíny.

Obrázek 6.13 znázorňuje orbity střednice rotoru na konci rotorového svazku, pro jednotlivé uvažované varianty vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru. Koncem rotorového svazku je myšlena část rotorového svazku, která je nejvíce vzdálena od příruby statoru. Tento bod byl vybrán záměrně, neboť v případě průhybu rotoru právě v tomto místě vzniká největší nesymetrie vzduchové mezery ze všech devatenácti úseků, na něž byly statorový i rotorový svazek v podélném směru při diskretizaci rozděleny. Z hlediska možného kontaktu mezi statorovým a rotorovým svazkem, který mívá pro točivé elektrické stroje fatální důsledky, to je tedy kritický bod konstrukce. Z orbitů uvedených na obrázku 6.13 si lze povšimnout, že s narůstajícím vyosením rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru se zmenšuje velikost smyček orbitu vzhledem k jeho průměru. Porovnáme-li tvar orbitů rotoru na obrázku 6.13 a stopy magnetického tahu na obrázku 4.14 je zřejmé jak interakce mezi statorem a rotorem stroje ovlivňuje tvar kmitání rotoru. Zatím co počet smyček stopy

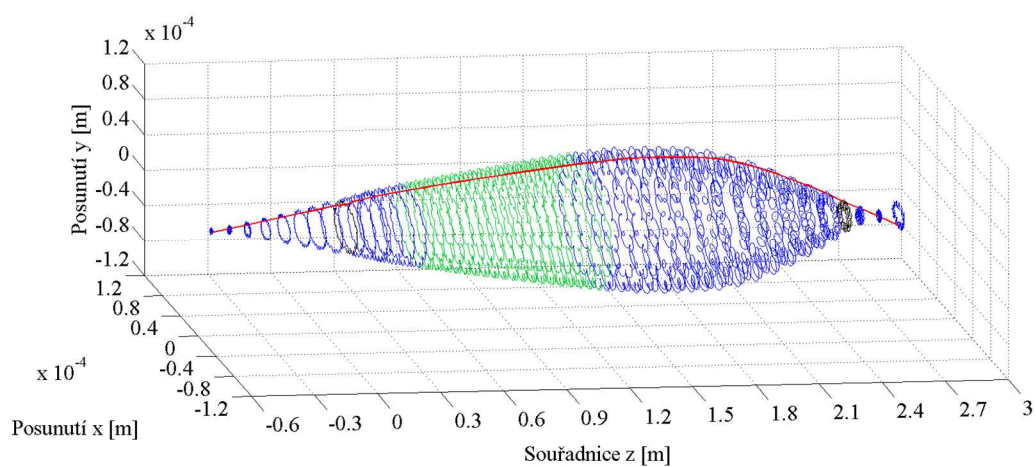
magnetického tahu je roven počtu drážek statorového vinutí, počet smyček orbitu rotoru odpovídá počtu pólů statorového vinutí.



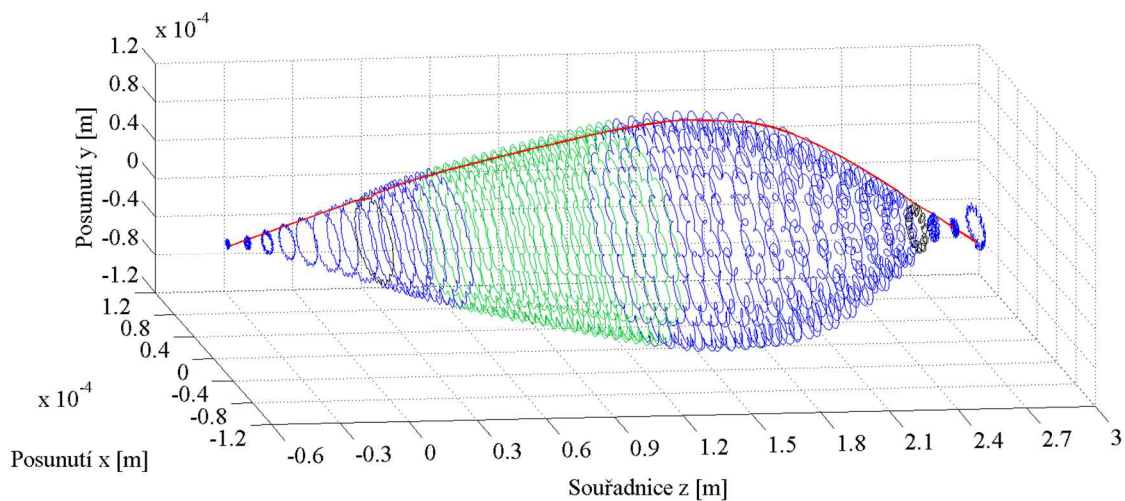
Obr. 6.9 Orbit rotoru, $\delta = 0$.



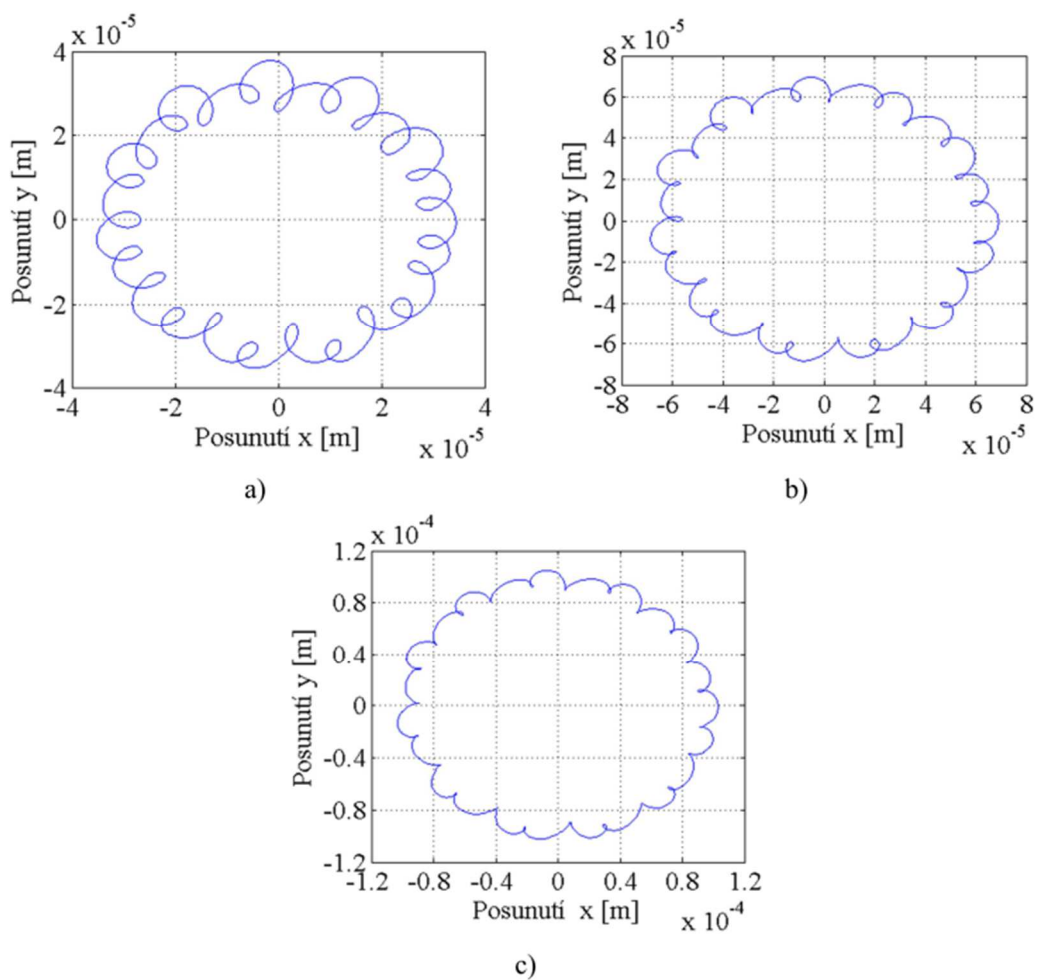
Obr. 6.10 Orbit rotoru, $\delta = 0,1$.



Obr. 6.11 Orbit rotoru, $\delta = 0,2$.

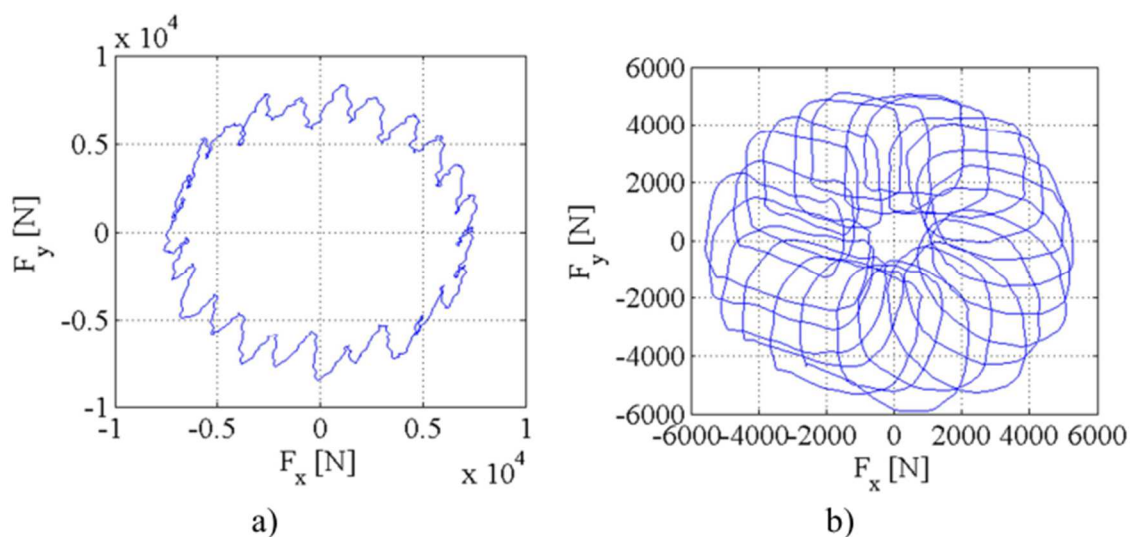


Obr. 6.12 Orbit rotoru, $\delta = 0,3$.

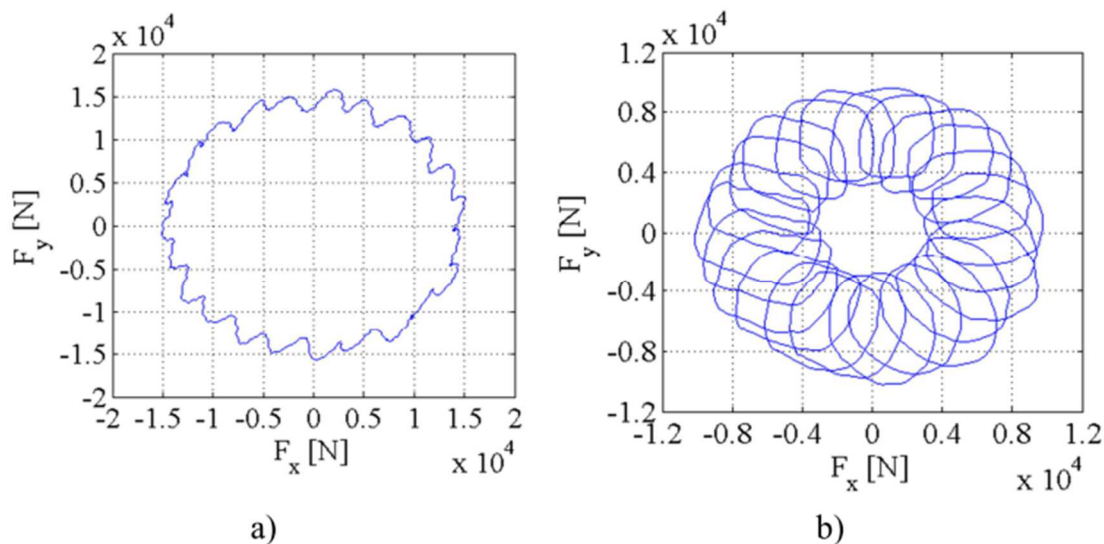


Obr. 6.13 Orbit konce rotorového svazku, a) $\delta = 0,1$; b) $\delta = 0,2$; c) $\delta = 0,3$.

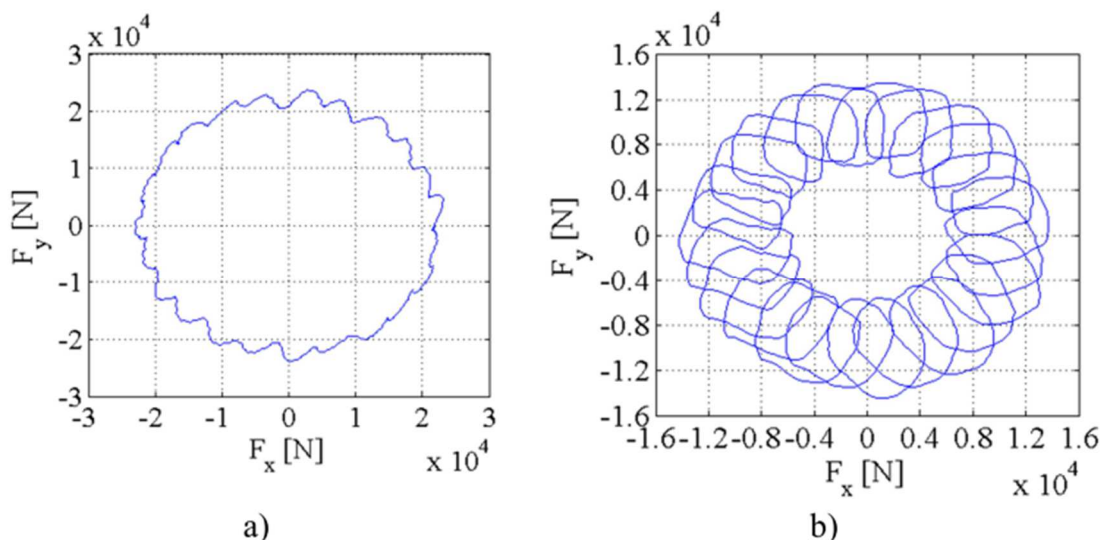
Silové zatížení ložisek generátoru vypočítané v průběhu realizovaných simulací je uvedeno na obrázcích 6.14 až 6.16. Dle předpokladu, se zvyšující se excentricitou uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru se zvětšuje magnetický tah působící na rotor a tím roste i zatížení ložisek. Mechanické namáhání ložiska uloženého ve štítu s přírubou je přibližně o 50 % větší než mechanické namáhání ložiska v horním štítu satoru. Pro tvar stopy zatížení ložisek platí podobné závěry jako pro tvar trajektorie střednice rotoru.



Obr. 6.14 Zatížení ložisek, $\delta = 0,1$, a) ložisko ve štítu s přírubou b) ložisko v horním štítu.



Obr. 6.15 Zatížení ložisek, $\delta = 0,2$, a) ložisko ve štítu s přírubou b) ložisko v horním štítu.

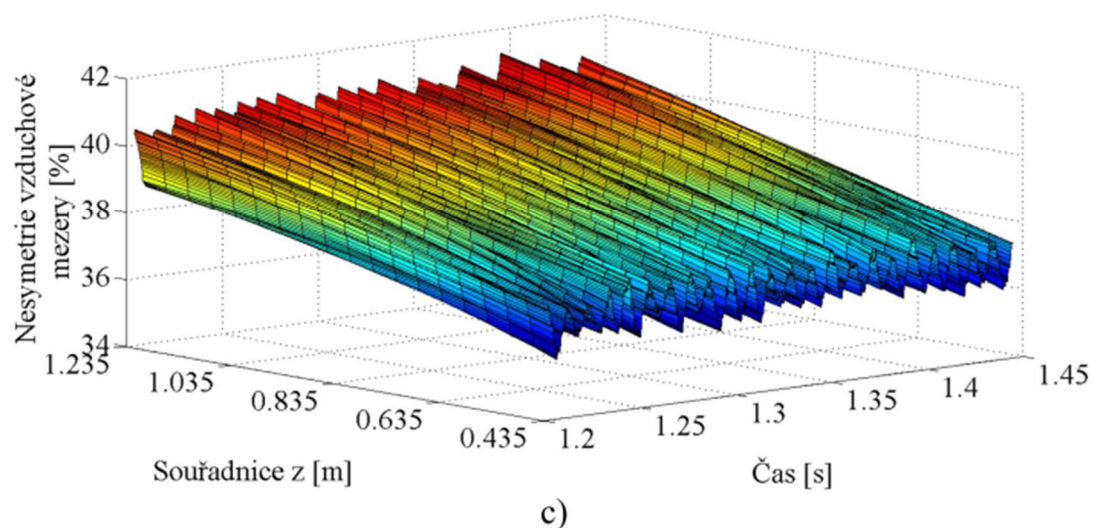
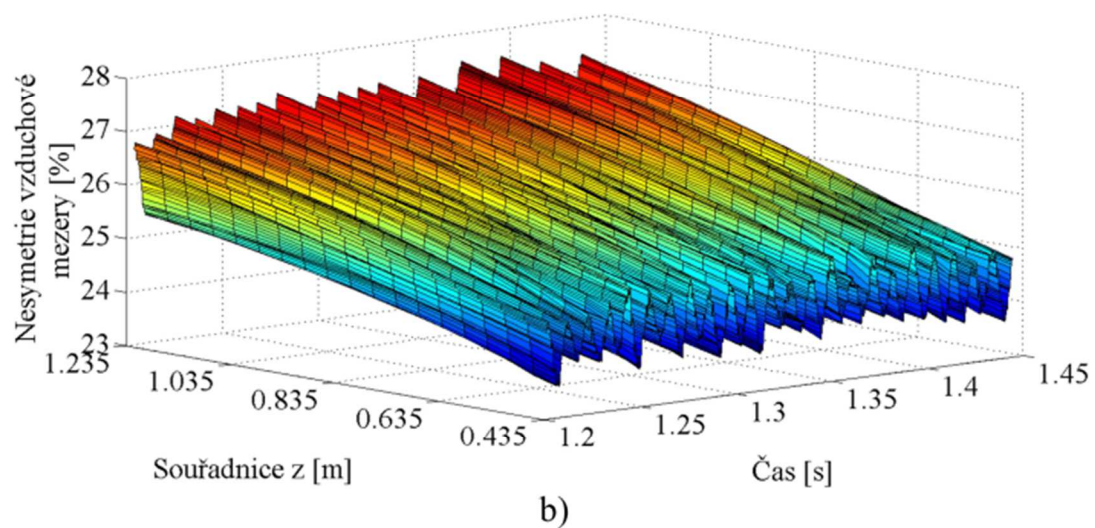
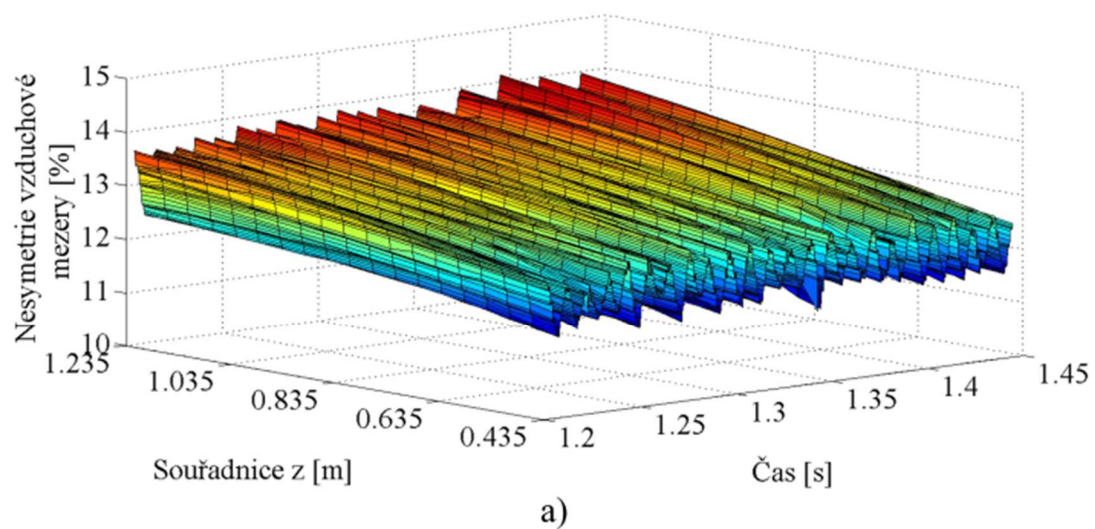


Obr. 6.16 Zatížení ložisek, $\delta = 0,3$, a) ložisko ve štítu s přírubou b) ložisko v horním štítu.

Nesymetrie vzduchové mezery

V předchozích odstavcích bylo ukázáno, jak excentrické uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru ovlivní deformaci statoru a rotoru stroje. Nyní bude ukázáno, jak, vzájemná interakce mezi státorem a rotorem stroje ovlivní velikost nesymetrie vzduchové mezery. Nesymetrie byla vyhodnocována v místě nejmenší tloušťky vzduchové mezery. V obrázku 6.17 je pro provedené simulace znázorněn průběh nesymetrie vzduchové mezery vzduchové mezery podél střednice rotorového svazku a její závislost na čase. Zobrazený časový interval odpovídá jedné otáčce rotoru. Velikost nesymetrie vzduchové mezery je vyjádřena v procentech a je vztažena k jmenovité tloušťce vzduchové mezery.

Velikost nejmenší tloušťky vzduchové mezery není v čase konstantní, ale mění se v závislosti na úhlu pootočení rotoru vzhledem ke statoru. Stejně jako u orbity střednice rotoru a stop zatížení ložisek je i pro závislost nejmenší tloušťky vzduchové mezery na čase typických dvacet čtyři lokálních maxim v průběhu jedné otáčky rotoru. Podél střednice rotorového svazku velikost nesymetrie vzduchové mezery narůstá v závislosti na vzdálenosti od příruby statoru. To už ostatně naznačili zeleně vykreslené orbity v obrázcích 6.10 až 6.12.



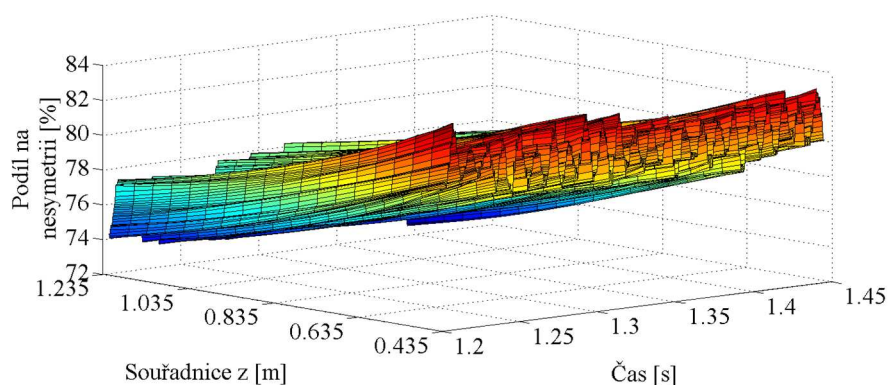
Obr. 6.17 Průběh nesymetrie vzduchové mezery podél střednice rotorového svazku a její závislost na čase, a) $\delta = 0,1$; b) $\delta = 0,2$; c) $\delta = 0,3$.

Nesymetrie vzduchové mezery tvoří tři hlavní složky: excentricita uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru, průhyb rotoru a deformace statorového svazku. Podíly jednotlivých složek na nesymetrii vzduchové mezery byl vyhodnocován na základě změny polohy uzlových bodů sítě konečných prvků na vnitřním povrchu statorového svazku a vnějším povrchu rotorového svazku. Poloha těchto uzlových bodů v nedeformovaném stavu je známá. Na konci každého výpočtového kroku byla vyhodnocena poloha a velikost nejmenší tloušťky vzduchové mezery. Postup určení těchto parametrů byl popsán v odstavci 6.2.2. Podíl deformace statorového svazku na nesymetrii vzduchové mezery byl určen z deformačních posuvů uzlového bodu ležícího na vnitřním povrchu statorového svazku v místě nejmenší tloušťky vzduchové mezery. Pro vyhodnocení podílu průhybu rotoru na nesymetrii vzduchové mezery byl zaveden předpoklad, že poloha nejmenší tloušťky vzduchové mezery je v daném výpočtovém kroku shodná s pozicí, v níž je excentricita uložení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru maximální. Současně bylo předpokládáno, že rotačně symetrická náhrada žebířů mezi hřídelí rotoru a rotorovým svazkem zvýší radiální tuhost rotorového svazku natolik, že radiální deformace rotorového svazku v důsledku působení magnetických sil je vzhledem k průhybu rotoru nevýznamná. Na základě těchto skutečností lze nesymetrii vzduchové mezery způsobenou průhybem rotoru vypočítat jako rozdíl celkové nesymetrie vzduchové mezery a součtu nesymetrie způsobené deformací statorového svazku a nesymetrie v důsledku excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru. V takto stanovené hodnotě nesymetrie vzduchové mezery způsobené průhybem rotoru jsou zahrnuty i deformační posuvy ložisek rotoru.

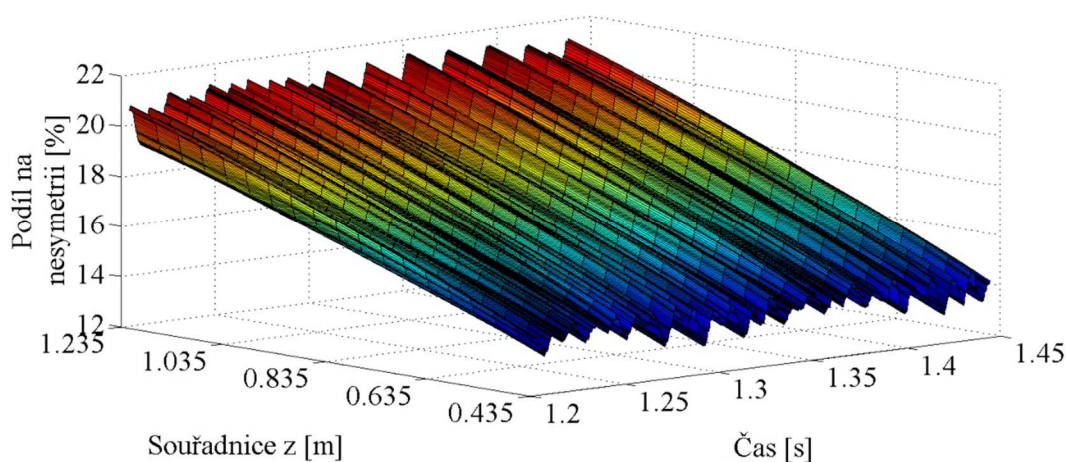
Podíl jednotlivých složek na celkové nesymetrii vzduchové mezery v případě stroje s rotorovým svazkem vyoseným o 30 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery vzhledem ke střednici rotoru je uveden na obrázcích 6.18 až 6.20. Největší podíl na celkové nesymetrii vzduchové mezery má samozřejmě excentrické uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru, obrázek 6.18. Na konci rotorového svazku, který je blíže k přírubě statoru, se vyosení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery podílí 80 až 84 % v závislosti na potočení rotoru vzhledem ke statoru. S narůstající vzdáleností od příruby statoru podíl vyosení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery klesá až na hodnotu 74 až 76 %. Pro podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery, obrázek 6.19, platí opačná závislost. Na konci rotorového svazku, který je blíže k přírubě statoru, je podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery nejmenší. V závislosti na natočení rotoru vzhledem ke statoru se pohybuje v rozmezí 13 až 15 %. S narůstající vzdáleností od příruby statoru se průhyb rotoru zvětšuje a tím pádem narůstá i jeho podíl na celkové nesymetrii vzduchové mezery. Na konci rotorového svazku, jenž je nejvíce vzdálen od příruby statoru, se podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery pohybuje v rozmezí 19 až 21 %. Podíl deformace statorového svazku v radiálním směru na celkové nesymetrii vzduchové mezery, obrázek 6.20 je v porovnání s předchozími na vzdálenosti od příruby statoru téměř nezávislý. Výjimkou jsou pouze místa spojení statorového svazku s tyčemi kostry. Podíl deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery je v tomto případě nevýznamný, pohybuje se v rozmezí 3

až 6 %. Malý podíl deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery je ovlivněn především tvarem kmitání statoru stroje, který vybudí magnetické síly působící na statorový svazek.

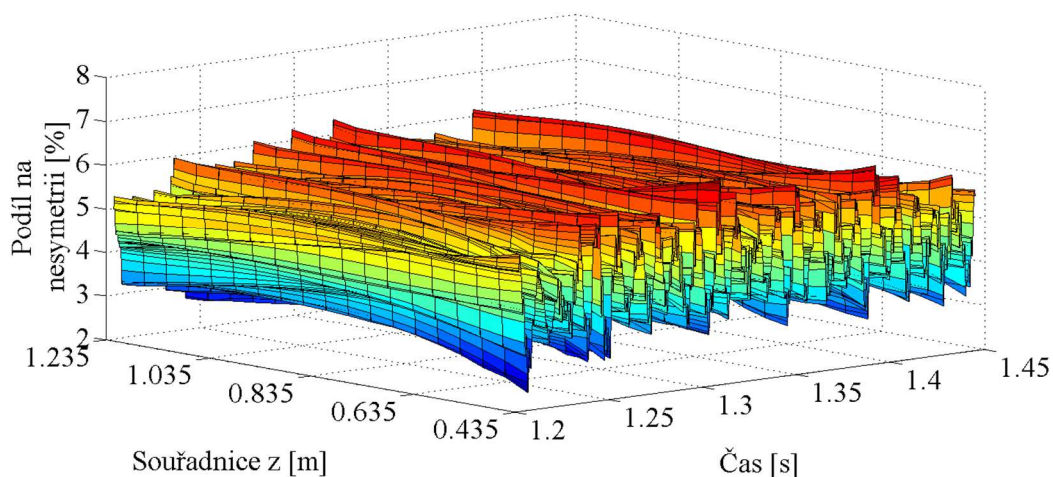
Další dvě provedené simulace provozu točivého elektrického stroje s excentricky uloženým rotorovým svazkem na hřídeli rotoru se z hlediska podílu excentricity uložení rotorového svazku, průhybu rotoru a deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery téměř neliší. Potvrzují to obrázky publikované v příloze 2.



Obr. 6.18 Podíl excentricity uložení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,3$.



Obr. 6.19 Podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,3$.



Obr. 6.20 Podíl deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,3$.

Akustický výkon stroje

Kmitající povrch statoru vytváří akustické vlny, které se šíří do okolního prostředí. Představu o očekávané hlučnosti řešeného stroje lze získat na základě výpočtu akustického výkonu vyzařeného vnějším povrchem stroje. Metodika výpočtu akustického výkonu byla převzata z Roivainen [59]. Podle této publikace lze akustický výkon vyzařený vnějším povrchem točivého elektrického stroje, který je diskretizován sítí konečných prvků vypočítat ze vztahu

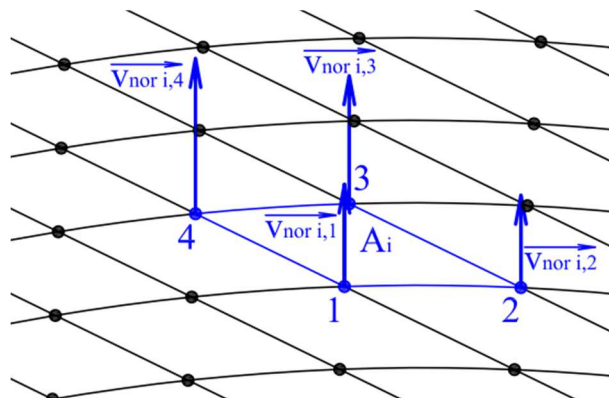
$$P_a = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \sigma \sum_{i=1}^N \frac{S_i \bar{v}_{nor i}^2}{\Pi}, \quad (6.15)$$

kde

$$\Pi = \sum_{i=1}^N S_i^2, \quad (6.16)$$

$$\bar{v}_{nor i} = \frac{1}{M} S_i \sum_{j=1}^M v_{nor i,j}. \quad (6.17)$$

V těchto rovnicích označuje ρ_0 hustotu vzduchu, c_0 rychlost šíření zvuku ve vzduchu, σ koeficient efektivity vyzařování povrchu, S_i je plocha i -té stěny jež vytváří vnější povrch stroje, $v_{nor i,j}$ je normálová rychlost j -tého uzlového bodu i -té stěny diskretizace vnějšího povrchu statoru, viz obrázek 6.21, který zobrazuje část vnějšího povrchu stroje diskretizovaného sítí konečných prvků, N je počet stěn, které dohromady tvoří vnější povrch stroje, M je počet uzlových bodů náležících jedné stěně prvku.



Obr. 6.21 Výpočet akustického výkonu.

Koeficient efektivity vyzařování povrchu vyjadřuje vztah mezi vibracemi a akustickým výkonem zdroje hluku, (viz. Cermer [12]). Koeficient efektivity vyzařování povrchu obvykle nabývá hodnot mezi 0 a 1. Významně tedy ovlivňuje velikost akustického výkonu. Přesně lze hodnotu koeficientu efektivity vyzařování stanovit na základě experimentálního měření. Pro přibližné stanovení hodnoty koeficientu vyzařování bylo také navrženo několik analytických vztahů, například Wang [78]. Jejich použití je však omezeno geometrickým tvarem zdroje hluku a použitými okrajovými podmínkami. Podle Cermer [12], se hodnota koeficientu vyzařování u válcových povrchů, jejichž charakteristické rozměry jsou výrazně větší, než vlnová délka akustického signálu, blíží 1. Tuto skutečnost potvrzují i výsledky prezentované v publikaci Roivainen [59], jež se zabývá výpočtovým modelováním hluku točivých elektrických strojů. Tento přístup popisuje nejhorší možnou variantu, na druhou stranu ve výpočtu je uvažován pouze hluk vznikající v důsledku působení magnetických sil na strukturu stroje. Hluk ventilačního původu ani hluk generovaný ložisky rotoru nejsou uvažovány.

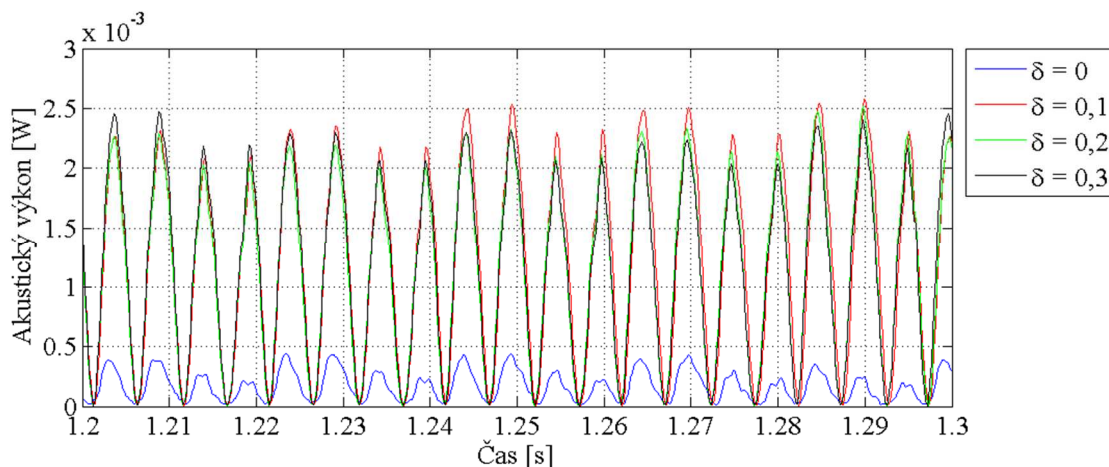
V obrázku 6.22 je pro jednotlivé řešené varianty znázorněna závislost vypočítaného akustického výkonu na čase. Okamžitá hodnota akustického výkonu točivého elektrického stroje v čase značně kolísá. Proto byla pro další kvantifikaci akustického výkonu stroje použita časová střední hodnota akustického výkonu, která je definována vztahem

$$\overline{P_a} = \frac{1}{T} \int_0^T P_a(t) dt, \quad (6.18)$$

kde P_a je okamžitá hodnota akustického výkonu, t je čas a T je perioda signálu. Vypočítané časové střední hodnoty akustického výkonu byly dále podle transformačního vztahu

$$L_w = 10 \log_{10} \frac{P_a}{P_{ref}} \quad (6.19)$$

převedeny na hladinu akustického výkonu při referenční hodnotě $P_{ref} = 1 \cdot 10^{-12}$ W. Vypočítané časově průměrné hodnoty akustického výkonu a jim odpovídající hladiny jsou uvedeny v tabulce 6.1.



Obr. 6.22 Akustický výkon stroje v závislosti na čase.

Tab. 6.1: Časová střední hodnota akustického výkonu, Hladina akustického výkonu.

δ [-]	\bar{P}_a [W]	L_w [dB]
0	$1,68 \cdot 10^{-4}$	82,2
0,1	$1,21 \cdot 10^{-3}$	90,8
0,2	$1,15 \cdot 10^{-3}$	90,6
0,3	$1,15 \cdot 10^{-3}$	90,6

V důsledku nesymetrie vzduchové mezery vzroste hladina akustického výkonu o více jak 8 dB, což přibližně odpovídá sedminásobnému zvýšení akustického výkonu. Zvětšující se nesymetrie vzduchové mezery, ale nemá významný vliv na hladinu akustického výkonu. Příčina tohoto chování souvisí s tvarem kmitání statoru, který při provozu stroje vybudí magnetické síly. Při zkoumání vlivu magnetických sil na vibrace statoru bylo zjištěno, že tečné složky magnetických působících za provozu stroje na statorový svazek vybudí významné torzní vibrace statoru stroje. Vibrace statoru se ještě zvýší v případě výskytu nesymetrie vzduchové mezery. Radiální složky magnetických potom už nemají dostatečnou energii na to, aby významným způsobem ovlivnili kmitání vnějšího povrchu statoru stroje v normálovém směru a tím zvýšily i akustický výkon vyzařený vnějším povrchem stroje do prostoru.

7. Závěr

Hlavními cíli této práce bylo provést analýzu modálních vlastností a dynamické odezvy konstrukce třífázového asynchronního generátoru na působení magnetických sil při ustáleném chodu stroje. Běžně používané výpočtové modely dynamického odezvy točivých elektrických strojů na působení magnetických sil se zaměřují buď na popis dynamického chování rotoru a stator stroje považují za absolutně tuhý, nebo se naopak zabývají popisem dynamického chování statoru a rotor stroje považují za absolutně tuhý. Obvykle jsou tyto výpočtové modely kombinovány s analytickým výpočtovým modelem magnetických sil a zkoumají pouze vliv radiální složky magnetických sil na dynamickou odezvu stroje. Hlavním nedostatkem analytických výpočtových modelů je velmi zjednodušený popis časového průběhu magnetických sil, který je obvykle aproximován pouze základní harmonickou složkou magnetických sil. V této práci je navržen výpočtový model dynamické odezvy točivého elektrického stroje, který uvažuje radiální i tečnou složku magnetických sil a zároveň zohledňuje elektro-mechanickou interakci mezi statorem a rotorem stroje. Kromě dynamické odezvy ideálně symetrického stroje je také zkoumán vliv excentricity uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru na dynamickou odezvu stroje. Z celé řady možných způsobů excentrického nasazení rotorového svazku na hřídeli rotoru je v této práci uvažován pouze základní případ, kdy je střednice rotorového svazku rovnoběžná s osou rotoru.

Značná pozornost je věnována výpočtu časové závislosti magnetických sil působících na statorový a rotorový svazek stroje. K tomuto účelu byl použit výpočtový model magnetického pole točivého elektrického stroje založený na řešení sdružené elektromagnetické úlohy metodou konečných prvků. Mimo matematického popisu je v práci detailně popsána i vlastní realizace výpočtového modelu v systému ANSYS, neboť výpočtové modely magnetických sil této úrovně se při analýzách vlivu magnetických sil na dynamické chování točivých elektrických strojů dosud téměř nepoužívají. Výpočet časové závislosti magnetických sil byl proveden pro ideálně symetrický stroj a dále pro několik případů stroje s excentricky uloženým rotorovým svazkem na hřídeli rotoru. Jednotlivé varianty se od sebe lišily velikostí vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru. Při vyhodnocování získaných výsledků bylo ukázáno, jak vyosení rotorového svazku ovlivní rozložení magnetických sil po obvodu vinutí stroje. Dále byla demonstrována závislost magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery. V odborné literatuře je často diskutován problém nelinearity této závislosti v důsledku syčení jádra statorového a rotorového vinutí. U řešeného stroje se však tato nelinearita projevuje jen velmi slabě. Fourierova spektra magnetických sil působících na rotorový svazek ukázala, že významné harmonické složky magnetických sil působících na jeden zub rotorového svazku jsou celočíselnými násobky otáčkové frekvence rotoru. Frekvence významných harmonických složek působících na jeden zub statorového svazku jsou dvojnásobek frekvence napájecího napětí a celočíselné násobky otáčkové frekvence magnetického pole statoru. Při excentrickém uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru ve Fourierově spektru magnetických sil působících na statorový svazek významně vzroste amplituda

harmonické složky, jejíž frekvence je rovna dvojnásobku frekvence napájecího napětí, amplitudy ostatních harmonických složek poklesnou. V souvislosti s excentrickým uložením rotorového svazku na hřídeli rotoru se ve frekvenčním spektru magnetických sil, které působí na statorový svazek, objevuje ještě jedna významná harmonická složka. Frekvence této harmonické složky je rovna otáčkové frekvenci rotoru.

Druhá část práce se zbývá analýzou modálních vlastností řešeného stroje. Nejprve byla provedena analýza modálních vlastností samostatného statoru stroje, včetně posouzení vlivu tuhosti statorového svazku na modální vlastnosti celého statoru. Tuhost statorového svazku se měnila v závislosti na objemovém podílu pryskyřice na výplni drážek statorového svazku. Pro uvažované podíly pryskyřice na výplni drážek statorového svazku jsou změny vlastních frekvencí statoru oproti výchozí konfiguraci menší než 5 %. Podle očekávání tuhost statorového svazku nejvíce ovlivní ty vlastní frekvence, při kterých statorový svazek kmitá některým vlastním tvarem. Vlastní frekvence, při nichž dochází k ohybovému kmitání statoru v rovinách kolmých na přírubu statoru nebo torznímu kmitání statoru tuhost statorového svazku příliš neovlivní. Následně byly zkoumány modální vlastnosti samotného rotoru a vliv magnetického tahu na vlastní frekvence rotoru. Působení magnetického tahu na rotor bylo modelováno soustavou pružin, jejichž tuhost byla stanovena z linearizované závislosti magnetického tahu na velikosti nesymetrie vzduchové mezery. Získané výsledky ukázaly, že magnetický tah nejvíce ovlivní první vlastní frekvenci ohybového kmitání rotoru. Na závěr byly zkoumány modální vlastnosti soustavy stator–rotor. Vypočítané vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání byly porovnávány s výsledky modálních analýz samostatného statoru a samostatného rotoru. Z výsledků je zřejmé, že propojení statoru s rotorem nejvíce ovlivní vlastní frekvence ohybového kmitání rotoru. Dále byly porovnány vypočítané vlastní frekvence s frekvencemi významných harmonických složek magnetických sil a označeny ty vlastní tvary kmitání struktury, které by mohli významně ovlivnit výsledný tvar kmitání stroje při provozu. Na závěr vyhodnocení modální analýzy soustavy stator–rotor je sestaven Campbellův diagram rotoru a jsou odečteny jeho kritické otáčky.

V třetí části práce je proveden výpočet dynamické odezvy točivého elektrického na působení magnetických sil, při ustáleném chodu stroje. Zatížení statorového svazku magnetickými silami je modelováno předepsáním silového zatížení do uzlových bodů ležících na vnitřním povrchu statorového svazku. Zatížení rotorového svazku magnetickými silami je modelováno na střednici rotoru. Výpočet dynamické odezvy probíhá v časové oblasti. Výpočet dynamické odezvy stroje v časové oblasti je sice výrazně časově náročnější než modální analýza, umožňuje však modelovat elektromagnetickou interakci mezi statorem a rotorem stroje na vyšší úrovni, než tomu bylo v případě modální analýzy. Ve výpočtovém modelu je možné upravovat zatížení statorového a rotorového svazku nejen v závislosti na velikosti nesymetrie vzduchové mezery, ale také v závislosti na čase a postavení rotorových tyčí vzhledem k drážkám statorového svazku. Rovněž lze ve výpočtovém modelu zohlednit vliv materiálové nelinearity jádra statorového a rotorového svazku, ale i další, kterým není v této práci věnována pozornost, jako například nelineární závislost tuhostí ložisek na velikosti

zatížení. Mezi jednotlivými výpočtovými kroky simulace ustáleného chodu stroje je vyhodnocována poloha a velikost nesymetrie vzduchové mezery a podle těchto hodnot upravena velikost zatížení pro následující výpočtový krok. Pro určení velikosti silového zatížení slouží tabulky popisující rozložení magnetických sil po obvodu statorového svazku a jejich závislost na čase a velikosti nesymetrie vzduchové mezery, respektive tabulky popisující závislost magnetického tahu na čase a velikosti nesymetrii vzduchové mezery. Kromě ideálně symetrického stroje je také simulován ustálený chod stroje s excentricky uloženým rotorovým svazkem na hřídeli rotoru. Výpočty jsou provedeny pro tři varianty vyosení 10, 20 a 30 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery. V případě ideálně symetrického stroje tečné složky magnetických sil působících na statorový svazek vybudí významné torzní vibrace statoru. To je způsobeno tím, že rozdíl mezi vlastní frekvencí torzního kmitání statoru a frekvencí nejvýznamnější harmonické složky magnetických sil působících na statorový svazek je pouhých 6 Hz. V případě excentrického uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru se amplituda torzních kmitů statoru stroje se ještě zvýší. Přičemž velikost nesymetrie vzduchové mezery nemá příliš významný vliv na amplitudu torzních kmitů. Ze získaných výsledků byl také zkoumán vliv uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru na deformaci statorového svazku v radiálním směru, akustický výkon stroje, trajektorii střednice rotoru, zatížení ložisek stroje a celkovou nesymetrii vzduchové mezery. Na celkové nesymetrii vzduchové mezery má jednoznačně největší podíl excentricita uložení rotorového svazku. Podíl excentricity uložení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery je přibližně 80 %. Průhyb rotoru tvoří přibližně 15 % z celkové nesymetrie vzduchové mezery a deformace statorového svazku v radiálním směru se na celkové nesymetrii vzduchové mezery podílí přibližně 5 %. Pro jednotlivé řešené varianty excentricity uložení rotorového svazku na hřídeli rotoru se podíl excentricity uložení rotorového svazku, průhybu rotoru a deformací statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery příliš nemění.

Lze konstatovat, že cíle práce uvedené v kapitole 2. byly naplněny. V průběhu práce se však objevilo několik námětů na další rozšíření této práce:

1. V první řadě bylo velmi přínosné experimentálně ověřit věrohodnost navrženého výpočtového modelu. Znamenalo by to aplikovat použitý výpočtový model na točivý elektrický stroj, u kterého by bylo možné provést měření geometrických odchylek částí stroje, jež ovlivňují symetrii vzduchové mezery a realizovat experimentální měření základních veličin charakterizujících dynamickou odezvu stroje, například akustický výkon stroje, vibrace ve vybraných bodech struktury stroje a podobně.
2. Statorový a rotorový svazek byly ve výpočtovém modelu nahrazeny dutými válci, které jsou vyrobeny z „fiktivních homogenních izotropních lineárně pružných materiálů“. Bylo by zajímavé provést experimentální modální analýzu statorového a rotorového svazku a posoudit zda by nebylo vhodnější mechanické chování materiálu náhrady statorového a rotorového svazku modelovat jako ortotropní.
3. Při provozu stroje vzniká ve vinutí značné množství tepla. Vnitřek stroje je sice ochlazován proudícím vzduchem od ventilátoru, přesto všechno může mít povrch

rotorového a statorového svazku teplotu přes 100°C. Bylo by vhodné posoudit vliv teplotního zatížení na deformaci struktury stroje.

4. Výpočty prezentované v práci byly provedeny pro třífázový asynchronní generátor, který je určen pro provoz v malé vodní elektrárně. Při výpočtovém modelování dynamického chování stroje by bylo dobré posoudit i vliv připojené vodní turbíny na dynamické chování rotoru stroje.
5. Další možností rozšíření této práce by bylo posouzení závislosti magnetických sil nejen na velikosti nesymetrie vzduchové mezery ale také na otáčkách rotoru. Pak by bylo možné studovat dynamické chování stroje při rozběhu, včetně přechodu rotoru stroje přes kritické otáčky. Zde je ale nutné podotknout, že řešení sdružené elektromagnetické úlohy by v tomto případě bylo velmi časově náročné, neboť by si vyžádalo simulaci chování stroje ve výrazně delším časovém úseku, než tomu bylo v této práci.

8. Seznam použité literatury

- [1] Ameen, H.A., Ansys analysis of single phase induction motor, Technical College Bagdad, e-book, s.1-74.
- [2] Ansys, Inc., Documentation for ANSYS 13.0, 2010, Canonsburk.
- [3] Arkkio, A., Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations, Acta Polytechnica Scandinavica, 1987, s. 1-97.
- [4] Arkkio, A. et al., Electromagnetic force on whirling cage rotor, Electric Power Applications, IEE Proceedings, 2000, Vol. 147, Issue 5, ISSN 1350-2352, s. 353-360.
- [5] Arkkio, A., Unbalanced magnetic pull in cage induction motors with asymmetry in rotor structures, 8th International Conference on Electrical Machines and Drives, 1997, s. 36-40
- [6] Belahcen, A. et al., Radial forces calculation in a synchronous generator for noise analysis, Proceeding of 3rd Chinese International Conference of Electrical machines, 1999, s. 199-202.
- [7] Belmans, R., Vandenput, A. & Geysen, W., Influence of unbalanced magnetic pull on the radial stability of flexible-shaft induction machines, Electric Power Applications, IEE Proceedings B, 1987, Vol. 134, Issue 2, ISSN 0143-7038, s. 101-109.
- [8] Boldea, I. & Nasar, S., Induction machine handbook, CRC Press, Boca Raton, 2001, ISBN 0-8493-0004-5.
- [9] Brepta, R., Půst, L. & Turek, F., Mechanické kmitání, Technický průvodce 71, Sobotáles, Praha, 1994, ISBN 80-901684-8-5, s. 1-589.
- [10] Burakov, A., Modelling the unbalance magnetic pull in eccentric-rotor electrical machines with parallel windings, Helsinki University of Technology, 2007, ISBN 978-951-22-9006-2, s. 1-70.
- [11] Carlson, R. et al., An analysis of inter-bar currents on polyphase cage induction motor, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting, Vol. 2, ISSN 0197-2618, s. 721-728.
- [12] Cermer, L., Heckl, M. & Peterson, B.A.T., Structure-borne sound Structural vibrations and sound radiation at audio frequencies, Springer-Verlang Berlin Heidelberg, 2005, ISBN 978-3-540-26514-6.
- [13] Delaere, K. et al., Manufacturing tolerances as a cause for audible noise of induction motors, Proceedings of International Seminar on Vibrations and Acoustic Noise of Electric Machinery, 1998, s.223-227.
- [14] Delaere, K. et al., Static eccentricity as a cause for audible noise of induction motors, Proceedings of International Conference on Electrical Machine, Istanbul, 1998, s. 502-506.

- [15] Dolinar, D. et al., Calculation of two-axis induction motor model parameters using finite element, IEEE Transaction on Energy Conversion, 1997, Vol. 12, Issue 2, s. 133-142, ISSN 0885-8969.
- [16] Dorrell, D.G. & Smith, A.C., Calculation of U.M.P. in induction motors with series or parallel winding connections, IEEE Transaction on Energy Conversion, 1994, Vol. 9, Issue 2, s. 304-310, ISSN 0885-8969.
- [17] Dušek, D. & Solodyankin, K., Vliv tuhosti statorového svazku na modální vlastnosti elektrických strojů točivých, 2010, Elektrotechnika, ISSN 1013-1539, s. 1–5.
- [18] Faiz, J. & Ebrahimi, B.M. , Mixed fault diagnosis in three-phase squirrel-cage induction motor using analysis of air-gap magnetic field, Progress in Electromagnetics research, 2006, Vol. 64, ISSN 1070-4698, s. 239-255.
- [19] Faiz, J. & Ebrahimi, B.M., Static eccentricity fault diagnosis in an accelerating no-load three-phase saturated squirrel-cage induction motor, Progress in Electromagnetics Research B, 2008, Vol.10, ISSN 1937-6472 , s.35-54.
- [20] Faiz, J. et al., Time-stepping finite-element analysis of dynamic eccentricity fault in a three-phase salient pole synchronous generator, Progress In Electromagnetics Research B, 2010, Vol. 20, s. 263-284, www.jpier.org/PIERB/pierb20/15.10021003.pdf.
- [21] Fengge, Z., Ningze, T. & Fengxiang, W., Analysis of vibration modes for large induction motor, Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Machines and Systems, 2005, Vol. 1, ISBN 7-5062-7407-8, s. 64-67.
- [22] Frauman, P., Burakov, A. & Arkkio, A., Effects of the slot harmonics on the unbalanced magnetic pull in an induction motor with an eccentric rotor, IEEE Transaction on Magnetics, 2007, Vol.43, Issue 8, ISSN 0018-9464, s. 3441-3444.
- [23] Frosini, L. & Pennacchi, P., Effect of the unbalanced magnetic pull in turbo generators during the excitation, The 33rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Taipei, 2007, ISBN 1-4244-0783-4, s. 1103-1108.
- [24] Gerlando, D.A., Foglia, G.M. & Perini, R., Analytical modeling of unbalanced magnetic pull in isotropic electrical machines, 18th International Conference on Electrical Machines, Vilamoura, 2008, ISBN 978-1-4244-1735-3, s. 1-6.
- [25] Gersem – Comparison of time-harmonic and transient finite element models for asynchronous machines, dostupné z www.esat.kuleuven.be/electa/publications/fulltexts/pub_569.pdf, s.1-3.
- [26] Gmiden, M.H. & Trabelsi, H., Calculation of two-axis induction motor model using finite elements with coupled circuit, 6th International Multi-Conference on Systems, Signal and Devices, Djerba, 2009, ISBN 978-1-4244-4345-1, s. 1-6.

- [27] Guo, D., Chu, F. & Chen, D., The unbalanced magnetic pull and its effects on vibration in three-phase generator with eccentric rotor, *Journal of Sound and Vibration*, 2002, Vol. 254, Issue 2, ISSN 0022-460X, s. 297-312.
- [28] Gustavsson, R. K. & Aidanpää J. O., The influence of magnetic pull on the stability of generator rotors, *Journal of Sound and Vibration*, 2006, Vol. 297, Issue 3-5, ISSN 0022-460X, s.551-562.
- [29] Gyselinck, J. et al., Multi-slice finite element modeling of induction motors considering broken bars and inter-bar currents, *Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering – Proceedings of ISEF'05*, 2006, Vol. 27, ISBN 978-1-58603-627-0, s. 169-174.
- [30] Hameyer, K., Henrotte, F. & Delaere, K., Electromagnetically excited audible noise in electrical machines, *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2007, Vol. 26, Issue 3, ISSN 0332-1649, s. 727-742.
- [31] Hammer, M., *Elektrotechnika a elektronika – Přednášky*, Akademické nakladatelství CERM, Brno, 2006, ISBN 80-214-3334-5.
- [32] Holopainen, T.P., Tenhunen, A. & Arkkio, A., Electromagnetic circulatory forces and rotordynamic instability in electric machines, *Proceedings of 6th International Conference on Rotor Dynamics*, Sydney, 2002, Vol. 1, ISBN 0-7344-1963-1, s. 446-463.
- [33] Holopainen, T.P. Tenhunen, A. & Arkkio, A., Electromechanical interaction in rotor vibrations of electrical machines, *Proceedings of the 5th World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, 2002, s.1-10.
- [34] Ishibashi, F., Noda, S. & Mochizuki, M., Numerical simulation of electromagnetic vibration of small induction motors, *IEE Proceedings Electrical Power Applications*, 1998, Vol. 145, Issue 6, ISSN 1350-2352, s. 528-534.
- [35] Iwata, Y. et al., Vibration of induction motor rotor in rotating magnetic field, *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, 2001, Vol. 44, Issue 3, ISSN 1344-7653, s. 603-609.
- [36] Khalf, M.A., Wamkeue, R. & Aguglia, A., Finite element approach for performances prediction of a small synchronous generator using Ansys software, *25th IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, 2012, ISBN 978-1-4673-1433-6, s.1-4.
- [37] Kindl, V., Hruška, K. & Pechánek, R., The analysis of electromagnetic and thermal events in induction machine, *16th ANSYS FEM User's Meeting & 14th ANSYS CFD User's Meeting*, Luhačovice 2008, s. 1-10.
- [38] Knopik, T., Kimmich, R. & Binder, A., Prediction of the noise level of squirrel cage induction machine in different operation points taking into account mechanical boundary conditions for modal analysis, *Proceedings of the 14th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2011, s.1-10.

- [39] Kratochvíl, C & Slavík, J., *Mechanika těles – Dynamika*, Akademické nakladatelství CERM, Brno, 2002, ISBN 80-214-2260-2, s.1-227.
- [40] Kukula, P. & Ondrůšek, Č., *Electric machine vibration analysis*, Konference diplomových prací, Brno, 2007, s. 1-7.
- [41] Lundström, N.L.P. & Aidanpää, J.O., Dynamic consequence of electromagnetic pull due to deviations in generator shape, *Journal of Sound and Vibration*, 2007, Vol. 301, Issue 1-2, ISSN 0022-46X, s. 207-225.
- [42] Lundström, N.L.P. & Aidanpää, J.O., Dynamics in large generators due to oval rotor and triangular stator shape, *Acta Mechanica Sinica*, 2010, Vol. 27, Issue 1, ISSN 1614-3116, s. 18-27.
- [43] Madejewski, B., *Hluk elektrických strojů točivých*, <http://www.hlukovekryty.cz/clanky-o-hluku&clanek=hluk-elektrickych-stroju-tocivych.html>.
- [44] Negoita, A. & Ionescu, R.M., Influence of rotor static eccentricity on the noise level of a squirrel cage induction motor, 10th International Conference on Environment and Electrical Engineering, 2011, Rome, ISBN 978-1-4244-8779-0, s. 1-4.
- [45] Neumayer, F. et al., Simulation and measurement of the vibration of hydro generator stators, *Hydrovision 2011 Conference*, 2011, Moscow, s. 1-10.
- [46] Neves, C.G.C. et al., Experimental and numerical analysis of induction motors vibrations, *IEEE Transaction on Magnetics*, 1999, Vol. 35, Issue 3, ISSN 0018-9464, s. 1314-1317.
- [47] Neves, C.G.C. et al., A study on magnetic vibration sources identification in induction motors by FEM simulation and experimental Procedures, 33rd IAS Annual Meeting, Sao Carlos, 1998, Vol.1, ISBN 0-7803-4943-1, s. 237-242.
- [48] Noga, M. et al., 3D FEM model of the induction machine – calculating axial flux, *Zeszytyz Problemowe-Maszyny Elektryczne* Nr 80, 2008.
- [49] Osama, M. & Lipo, T.A., A new induction machine model for analysis of eccentric rotor magnetic pull, *Research report 94-7*, Wisconsin 1994, s.1-6.
- [50] Panadero P.R. et al., Review diagnosis methods of induction electrical machines based on steady state current, In *XI Portuguese-Spanish conference in electrical engineering*.
- [51] Pennacchi, P., Computational model for calculating the dynamical behaviour of generators cause by unbalanced magnetic pull and experimental validation, *Journal of Sound and Vibration*, 2008, Vol. 312, Issue 1-2, ISSN 0022-46X, s.332-353.
- [52] Pennacchi, P. & Frosini, L., Dynamical behaviour of three-phase generator due to unbalanced magnetic pull, *IEE Proceedings Electric Power Applications*, 2006, Vol. 153, Issue 6, ISSN 1350-2352, s. 1389-1400.

- [53] Perers, R., Urban, L. & Leijon, M., Saturation effects on unbalanced magnetic pull a hydroelectric generator with an eccentric rotor, IEEE Transactions on Magnetics, 2012, Vol. 48, Issue 12, ISSN 0018-9464, s. 3884-3890.
- [54] Perez, R.E., Melgoza, E. & Ramirez, J.A., Multi-slice modeling in circuit-field coupled systems using finite-element and modified nodal analyses, IEEE Transaction on Magnetics, 2010, Vol. 46, Issue 1, ISSN 0018-9464, s. 67-74.
- [55] Podzemný, Z., Vytvoření databáze tuhosti statorových svazků elektrických strojů točivých, Diplomová práce, Brno 2013, s. 1-86, dostupné z: https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=67241.
- [56] Radu, S.C. & Singhal, S., Magnetic noise in induction motors, Proceedings on NCAD2008, Dearborn, 2008, s. 1-5.
- [57] Ramirez, C. et al., Synchronous Machines parameters determination using finite elements method, ICEM 2000, Espoo, 1-4.
- [58] Reisen, D. et al., Coupled simulations in the design of electrical machines, International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, CIMNE, Barcelona, 2005, s. 1-13.
- [59] Roivainen, J., Unit-Wave response-based modeling of electromechanical noise and vibration of electrical machines, Helsinki University of Technology, 2009, ISBN 978-1-22-9911-9, s. 1-184.
- [60] Sahaj, A., Mitigation of Vibration in large electrical machines, BEng, 2010, <http://etheses.nottingham.ac.uk/1337>.
- [61] Shaarbafi, K. et al., Slot fringing effect on the magnetic characteristics of the electrical machines, Proceedings of the 10th IEEE international conference on electronics, Circuits and Systems, Tabriz, 2003, Vol.2, ISBN 0-7803-8163-7, s. 1 – 5.
- [62] Schlensook, Ch. Et al, Electromagnetically excited audible noise – evaluation and optimization of electrical machines by numerical simulations, COMPEL: International Journal for Computation and Maths in Electrical and Electronic Engineering, 2007, Vol, 29, Issue 3, ISSN 0332-1649, s.727-742.
- [63] Skalka, M., Analýza vliv mechanického momentu asynchronního stroje na sycení magnetického obvodu, Disertační práce, 2010, Brno.
- [64] Skalka, M., Bok, R. & Ondrůšek, Č., Rozložení magnetického pole v elektrických strojích, Elektrevue, 2007, ISSN 1213-1539, s. 1-13.
- [65] Slavík, J., Počítačové metody mechaniky I, Akademické nakladatelství CERM, 2003, Brno, ISBN 80-214-2311-0, s. 1-117.
- [66] Sprysl, H. et al., The influence of magnetic forces on the stability behavior of large electrical machines, 1996, VDI Berichte Nr. 1285, s.1-10.

- [67] Stermecki, A. et al, Calculation of load-dependent equivalent circuit parameters of squirrel cage induction motors using time-harmonic FEM, Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines, Vilamoura, 2008, ISBN 978-1-4244-1735-3, s.1-6.
- [68] Tenhunen, A., Holopainen, T.P. & Arkkio, A., Effects of equalizing currents on electromagnetic forces of whirling cage rotor, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, Madison, 2003, Vol.1, ISBN 0-7803-7817-2 , s. 257-263.
- [69] Tenhunen, A., Holpainen, T.P. & Arkkio, A., Effects of saturation on forces in induction motors with whirling cage rotor, IEEE Transaction on Magnetics, 2004, Vol. 40, Issue 2, ISSN 0018-9464, s. 766-769.
- [70] Tenhunen, A. et al., Electromagnetic forces in cage induction motors with rotor eccentricity, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, Madison, 2003, Vol.3, ISBN 0-7803-7817-2, s. 1616-1622.
- [71] Tenhunen, A. et al., Electromagnetic forces of the cage rotor in conical whirling motion, IEE Proceedings – Electric Power Applications, 2003, Vol. 150, Issue 5, ISSN 1350-2352, 563-568.
- [72] Tenhunen, A., Finite-element calculation of unbalanced magnetic pull and circulating current between parallel windings in induction motor with non-uniform eccentric rotor, Proceedings of Electromotion'01, Bologna, 2001, Vol., ISBN 8890061502 , s. 19-24.
- [73] Tenhunen, A., Holopainen, T.P. & Arkkio, A., Impulse method to calculate the frequency response of the electromagnetic forces on whirling cage rotors, IEE Proceedings Electric Power Applications, 2003, Vol. 150, Issue 6, ISSN 1350-2352, s. 751-756.
- [74] Tenhunen, A. & Arkkio, A., Modeling of induction machines with skewed rotor slots, IEE Proceedings Electric Power Applications, 2001, Vol. 148, Issue 1, ISSN 1350-2352, s. 45-50.
- [75] Tenhunen, A., Holopainen, T.P. & Arkkio, A., Spatial linearity of unbalanced magnetic pull in induction motors during eccentric rotor motions, COMPEL: International Journal for Computation and Maths in Electrical and Electronic Engineering, 2003, Vol. 22, Issue 4, ISSN 0332-1649, s. 862-876.
- [76] Tudorache, T., Melcescu, L. & Petre, V., High efficiency squirrel cage induction machines, International Conference on Renewable Energies and Power Quality, Valencia, 2009, ISBN 978-84-612-8014-8, s. 1-6.
- [77] Wamkeue, R. et al., Unbalanced transient –based finite-element modeling of large generators, Electric Power Systems Research, 2000, Vol. 56, ISSN 0378-7796 s. 205-210.

- [78] Wang, C. & Lai, J.C.S: The sound radiation efficiency of the finite length acoustically thick circular cylindrical shells under mechanical excitation I: Theoretical analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 2000, Vol. 232(2), ISSN 0022-460X, s- 431-447.
- [79] Wang, et al., Finite-element analysis of unbalanced magnetic pull in large hydro-generator under practical operations, *IEEE Transaction on Magnetics*, 2008, Vol, 44, Issue 6, ISSN 0018-9464, c.1558-1561.
- [80] Weerd, R. et al., Finite element analysis of steady state behavior of squirrel cage induction motors compared with measurements, *IEEE Transaction on Magnetics*, 1997, Vol. 33, Issue 2, ISSN 0018-9464, s. 2093-2096.
- [81] Werner, U. & Binder, A., Dynamic analysis due to eccentricity in asynchronous machines, *International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives*, Vienna, 2005, ISBN 978-0-7803-9124-6, s.1-6.
- [82] Wu, B. et al., Circular whirling and stability due to unbalanced magnetic pull and eccentric force, *Journal of Sound and Vibration*, 2011, Vol. 330, Issue 21, ISSN 0022-46X, s. 4949-4954.
- [83] Yang, T., Zhou, L. & Li, L., Parameters and performance calculation of induction motor by nonlinear circuit-coupled finite element analysis, *International Conference on Power Electronics and Driven Systems*, Taipei, 2009, ISBN 978-1-4244-4167-9. s. 979-984.
- [84] Yongjuang, C., Qiang, L. & Li, Y., Analysis and Calculation of Electromagnetic Field in Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Ansys, *The 1st International Conference on Information Science and Engineering*, 2009, ISBN 978-1-4244-4909-5, s. 133-136.
- [85] Zeman, V. & Hlaváč, Z., *Kmitání mechanických soustav*, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2010, ISBN 978-80-7043-337-9, s.1-218.
- [86] http://www.steelnumber.com/en/stell_composition_eu.php?name_id=1930.

9. Seznam použitých značek

\mathbf{A}	matice vektorového magnetického potenciálu
\mathbf{B}	matice tlumení
\mathbf{F}	vektor vnějších sil
\mathbf{F}_{mag}	vektor magnetických sil
\mathbf{G}	matice gyroskopických účinků
\mathbf{I}_{kruh}	sloupcový vektor elektrických proudů procházejících zkratovacími kruhy
\mathbf{I}_R	vektor elektrických proudů procházejících rotorovými tyčemi
\mathbf{I}_S	vektor elektrických proudů procházejících statorovým vinutím
\mathbf{K}	matice tuhosti
$\bar{\mathbf{K}}$	rozšířená matice tuhosti
\mathbf{K}_{MT}	matice magnetické tuhosti
\mathbf{L}_{kruh}	matice indukčnosti zkratovacích kruhů
\mathbf{M}	matice hmotnosti
$\bar{\mathbf{M}}$	rozšířená matice hmotnosti
\mathbf{n}	jednotkový vektor normály
\mathbf{U}_R	vektor elektrického napětí rotorových tyčí
\mathbf{U}_S	vektor elektrického napětí statorového vinutí
\mathbf{P}	matice propojení
\mathbf{q}	vektor zobecněných posuvů
$\bar{\mathbf{q}}$	stavový vektor
$\bar{\mathbf{q}}_0$	vektor neznámých amplitud
$\dot{\mathbf{q}}$	vektor zobecněných rychlostí
$\ddot{\mathbf{q}}$	vektor zobecněných zrychlení
\mathbf{R}_{kruh}	matice elektrických odporů zkratovacích kruhů
\mathbf{R}_R	matice elektrického odporu rotorových tyčí
\mathbf{R}_S	matice elektrického odporu statorového vinutí
$\bar{\mathbf{v}}_i$	pravostranný vlastní vektor i -tého vlastního tvaru
$\bar{\mathbf{w}}_i$	levostranný vlastní vektor i -tého vlastního tvaru

A	[Wb·m ⁻¹]	magnetický potenciál
a	[m]	vyosení rotorového svazku vzhledem ke střednici rotoru
b	[m]	šířka příčného průřezu zkratovacího kruhu
c_0	[m·s ⁻¹]	rychlost šíření zvuku ve vzduchu
B_x	[T]	složka magnetické indukce ve směru osy x kartézského souřadného systému
B_y	[T]	složka magnetické indukce ve směru osy y kartézského souřadného systému
D_R	[m]	střední průměr zkratovacího kruhu
E	[Pa]	modul pružnosti v tahu
g_0	[m]	jmenovitá tloušťka vzduchové mezery
$F_{MT\,r}$	[N]	radiální složka magnetického tahu
$F_{MT\,t}$	[N]	tečná složka magnetického tahu
$F_{MT\,x}$	[N]	složka magnetického tahu ve směru osy x kartézského souřadného systému
$F_{MT\,y}$	[N]	složka magnetického tahu ve směru osy y kartézského souřadného systému

F_{ox}	[N]	složka odstředivé síly ve směru osy x kartézského souřadného systému
F_{oy}	[N]	složka odstředivé síly ve směru osy y kartézského souřadného systému
$F_{mag. Rotor}$	[N]	magnetická síla působící na zub rotorového svazku
$F_{rR mag}$	[N]	radiální složka magnetických sil působících na rotorový svazek
$F_{tR mag}$	[N]	tečná složka magnetických sil působících na rotorový svazek
$F_{mag. Stator}$	[N]	magnetická síla působící na zub statorového svazku
h	[m]	výška příčného průřezu zkratovacího kruhu
k_L	[N·m ⁻¹]	tuhost ložiska v radiálním směru
K_{MT}	[N·m ⁻¹]	magnetická tuhost
L_i	[H]	indukčnost i -tého segmentu zkratovacího kruhu
l_i	[m]	střední délka segmentu zkratovacího kruhu
l_R	[m]	délka rotorové tyče
l_S	[m]	délka paketu statorových plechů
M		počet uzlových bodů náležících jedné stěně prvku
N		počet stěn, které dohromady tvoří vnější povrch stroje
N_R		počet rotorových tyčí
N_S		počet závitů jedné statorové cívky
P_a	[W]	akustický výkon
\bar{P}_a	[W]	časová střední hodnota akustického výkonu
P_{ref}	[W]	referenční hodnota akustického výkonu
p		počet pólových dvojic statorového vinutí
R_i	[Ω]	elektrický odpor i -tého segmentu zkratovacího kruhu
S_i	[m ²]	plocha příčného průřezu i -tého segmentu zkratovacího kruhu, plocha i -té stěny vnějšího povrchu statoru stroje
S_R	[m ²]	plocha příčného průřezu rotorové tyče
S_S	[m ²]	plocha příčného průřezu statorové cívky
s		skluz otáčkové frekvence rotoru vzhledem k frekvenci synchronních otáček
t	[s]	čas
Δt	[s]	časový krok
$v_{nor\ i, j}$	[m·s ⁻¹]	normálová rychlost j -tého uzlového bodu i -té stěny
β	[rad]	úhlová souřadnice
γ	[S·m ⁻¹]	měrná elektrická vodivost (konduktivita)
δ		Parametr nesymetrie vzduchové mezery
ζ	[Ω·m]	měrný elektrický odpor (rezistivita)
ζ'	[Ω·m]	hodnota měrného elektrického odporu upravená skluzovou transformací
λ		vlastní číslo
λ_i		geometrická permeance i -tého segmentu zkratovacího kruhu
μ		Poissonovo číslo
μ_0	[H·m ⁻¹]	permeabilita vzduchu
μ_r		relativní permeabilita
ν	[m·H ⁻¹]	měrný magnetický odpor (reluktivita)
ρ	[kg·m ⁻³]	hustota
ρ_0	[kg·m ⁻³]	hustota vzduchu

σ		koeficient efektivity vyzařování povrchu
φ	[rad]	úhlová souřadnice
ω	[rad·s ⁻¹]	úhlová rychlost rotoru

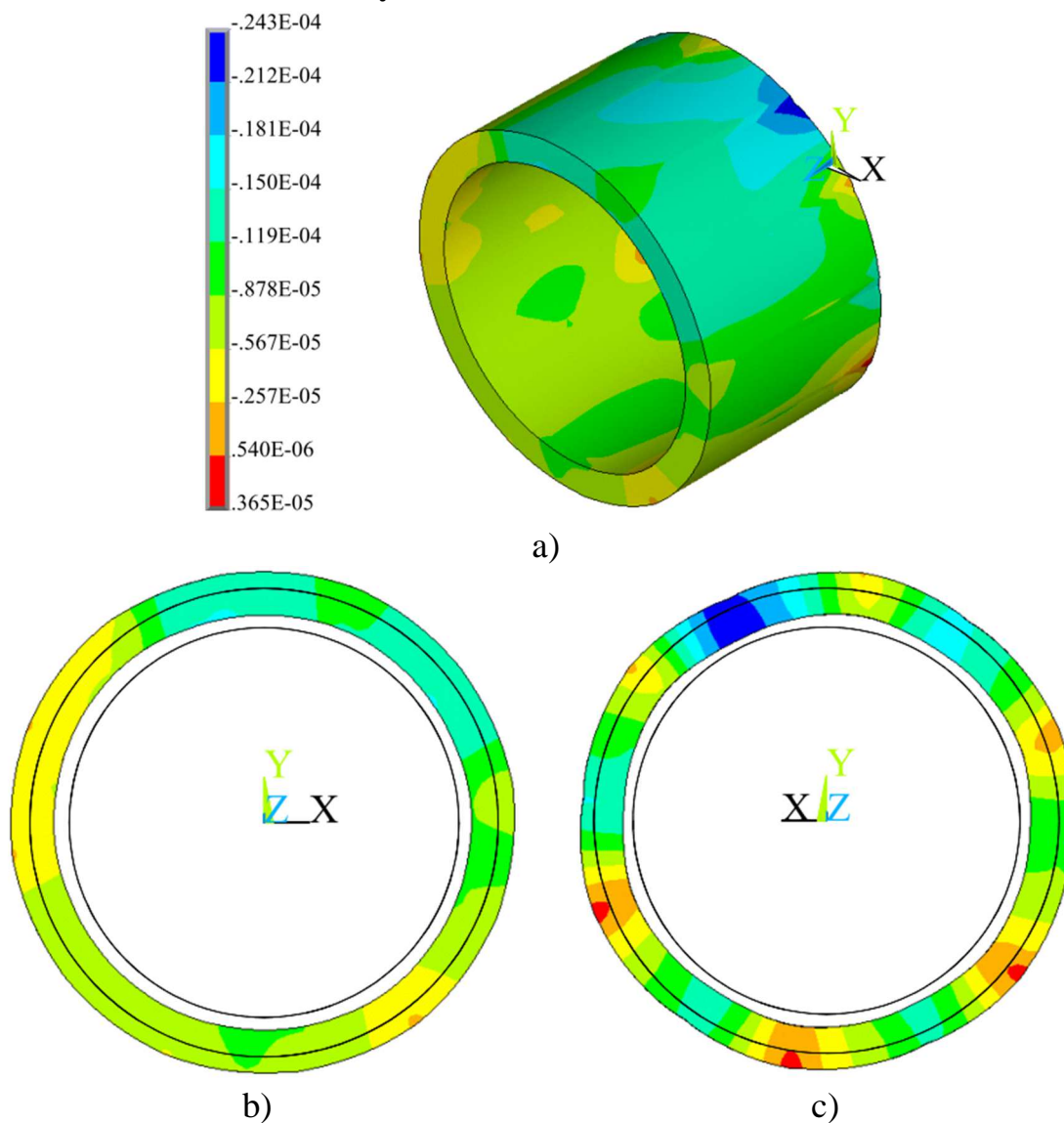
10. Vlastní publikace

- [1] Donát, M., Assessment of the influence of the electromechanical interaction on rotor dynamics instability in electric machines, Engineering mechanics 2011, Svratka, 2011, ISBN 978-80-87012-33-8, s. 119-122.
- [2] Donát, M., Navrátil, P., The unbalanced magnetic pull and its effects on dynamic behaviour of the rotor of the three-phase asynchronous generator, Computational Mechanics 2011, Plzeň, 2011, ISBN 978-80-261-0027-0, s. 1-2.
- [3] Donát, M., Navrátil, P., The influence of magnetic pull on the natural frequency of the rotor of the generator, DAAAM 2011, Vídeň, 2011, ISBN 978-3-901509-83-4, s. 1101-1012.
- [4] Donát, M., Unbalanced magnetic pull and its effect on dynamic behaviour of the rotor with nonlinear anisotropic supports, DAAAM 2011, Vídeň, 2011, ISBN 978-3-901509-83-4, s. 1099-1000.
- [5] Donát, M., Computational modelling of the dynamic behaviour of the induction motor rotor, DAAAM 2012, Zadar, 2012, ISBN 978-3-901509-91-9, s. 191-194.
- [6] Donát, M., Computational modelling of the unbalanced magnetic pull by finite element method, Procedia Engineering, Elsevier Ltd., 2012, s. 83-89.
- [7] Donát, M., Výpočtové modelování dynamické odezvy kostry točivého elektrického stroje na působení elektromagnetických sil, Hluk a vibrace v praxi, Kočovce 2013, ISBN 978- 80-227-3946-7, s. 41-46.
- [8] Donát, M., Investigation of the influence of air gap thickness and eccentricity on the noise of the rotating electrical machine, Applied and Computational Mechanics, Volume 7, Number 2, 2013, ISSN 1802-680X, s. 123-136.
- [9] Donát, M., Vliv nevývahy rotorového svazku na vibrace a hluk synchronního generátoru, Hluk a vibrace v praxi, Kočovce, 2014, ISBN 978-80-227-4173-6, s. 41-46.
- [10] Donát, M., Dušek, D., Eccentrically mounted rotor pack and its influence on the vibration and noise of the asynchronous generator, Journal of Sound and Vibration, 2015, Vol. 344, ISSN 0022-460X, s. 503-516.

11. Přílohy

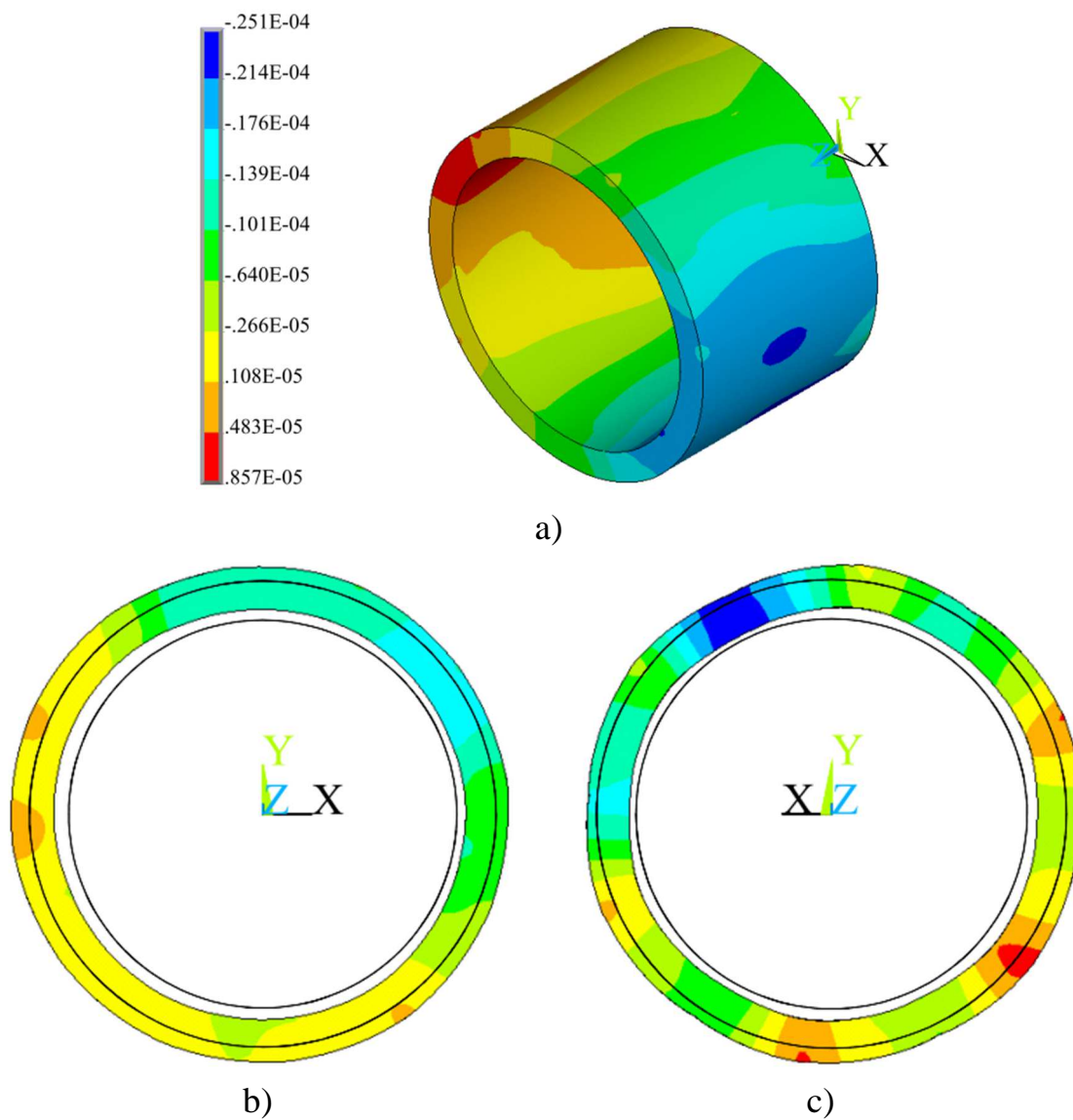
11.1. Příloha 1 - Deformace statorového svazku v radiálním směru

11.1.1. Vyosení rotorového svazku o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery



Obr. 8.1. Deformace statorového svazu v radiálním směru, $\delta = 0,1$; a) izometrický pohled, b) konec blíže k hornímu štítu, c) konec blíže k přírubě statoru.

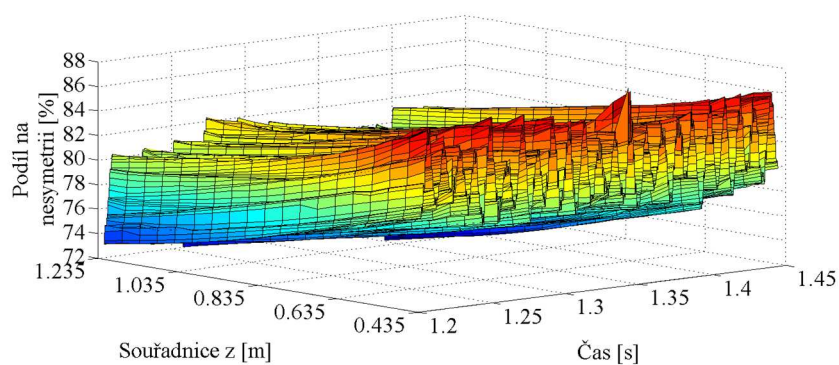
**11.1.2. Vyosení rotorového svazku o 20 % jmenovité tloušťky
vzduchové mezery**



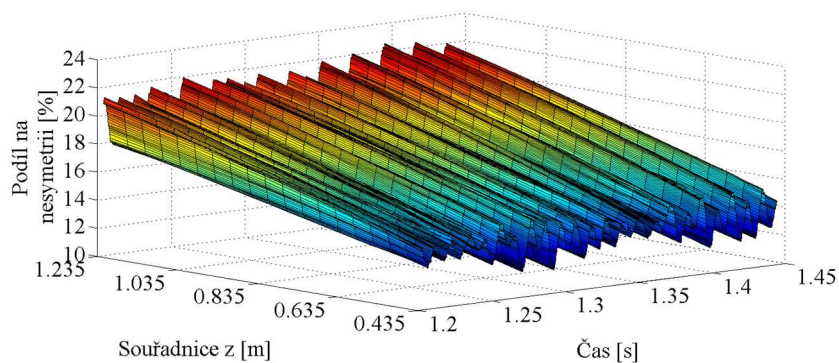
Obr. 8.2 Deformace statorového svazu v radiálním směru, $\delta = 0,2$; a) izometrický pohled, b) konec blíže k hornímu štítu, c) konec blíže k přírubě statoru.

11.2. Příloha 2 - Podíl vyosení rotorového svazku, průhybu rotoru a deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery

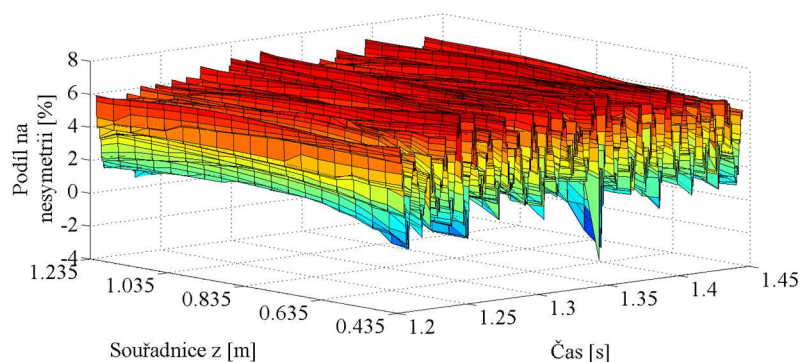
11.2.1. Vyosení rotorového svazku o 10 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery



Obr. 8.3 Podíl excentricity uložení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,1$.

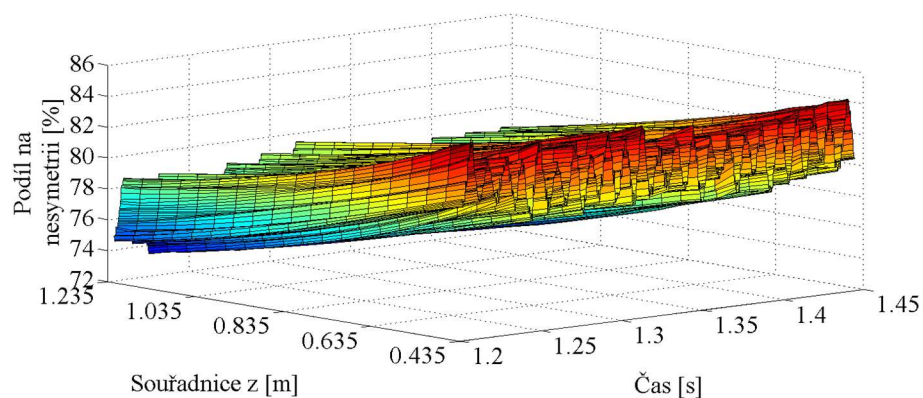


Obr. 8.4 Podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,1$.

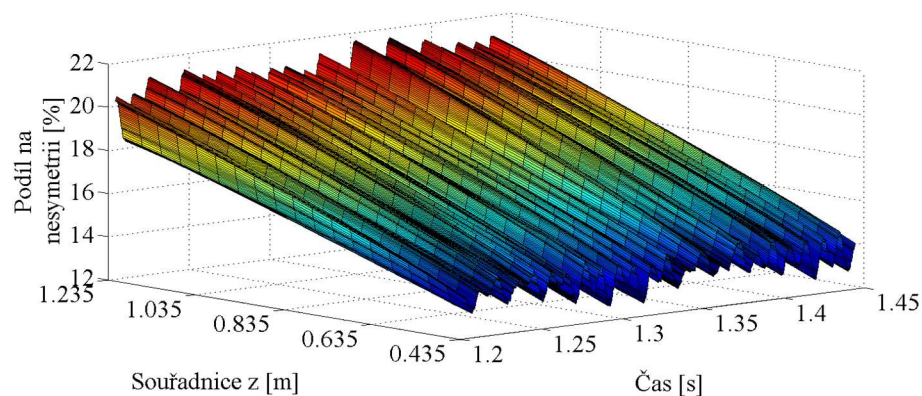


Obr. 8.5 Podíl deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,1$.

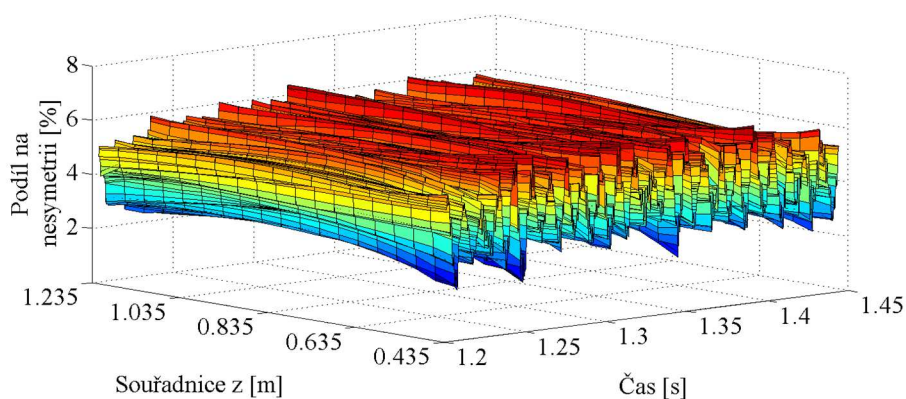
11.2.2. Vyosení rotorového svazku o 20 % jmenovité tloušťky vzduchové mezery



Obr. 8.6 Podíl excentricity uložení rotorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,2$.



Obr. 8.7 Podíl průhybu rotoru na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,2$.



Obr. 8.8 Podíl deformace statorového svazku na celkové nesymetrii vzduchové mezery, $\delta = 0,2$.

Curriculum vitae

Jméno	Martin Donát
Datum narození	17. 12. 1985
Místo narození	Chrudim
Národnost	Česká
Email	Donat.Martin@email.cz

Vzdělání

2010-dosud	Doktorské studium na FSI VUT v Brně, obor Inženýrská mechanika Téma disertační práce: Komplexní analýza modálních vlastností elektrických strojů točivých
2008-2010	Navazující magisterské studium na FSI VUT v Brně, obor Inženýrská mechanika a biomechanika Téma diplomové práce: Analýza mechanického chování synchronního generátoru
2005-2008	Bakalářské studium na FSI VUT v Brně, obor Strojírenství Téma bakalářské práce: Rovinné rámy a zakřivené pruty. Studie významnosti vlivu normálové a posouvající síly na deformaci střednice
2001-2005	Střední průmyslová škola strojnická a vyšší odborná škola Chrudim

Odborná praxe

2011-2013	Člen řešitelského týmu projektu FSI-S-11-11/1190 Problémy pevnosti a dynamiky moderních materiálů a konstrukcí
2010-2013	Výuka cvičení z předmětů: Dynamika, Kinematika a Technická mechanika